

Metacognitive Actions Displayed by a Science High School Student during the Mathematical Modeling Process

Münire Şimşeker^a and Esra Bukova Güzel^b

^aInstitute of Educational Sciences, Dokuz Eylül University, İzmir, Türkiye (ORCID: 0009-0003-5743-9719)

^bBuca Faculty of Education, Dokuz Eylül University, İzmir, Türkiye (ORCID: 0000-0001-7571-1374)

Article History: Received: 29 June 2025; Accepted: 22 August 2025; Published online: 30 August 2025

Abstract: This study aims to examine the metacognitive actions exhibited by a science high school student while working on a mathematical modeling task. The research was conducted using a qualitative case study design. The actions of a student—selected through criterion sampling and identified as high-achieving based on pre-tests—were investigated in depth through the modeling problem titled “Green World Gardens.” During the data collection process, the student’s problem-solving process was audio and video recorded, and the student’s thinking process was revealed through questions posed by one of the researchers. The data were transcribed verbatim and coded both according to metacognitive actions and the phases of the modeling process. The student’s solution was evaluated using a modeling competency assessment rubric. While coding, the modeling process was categorized based on Borromeo Ferri’s modeling phases, and the metacognitive actions were coded under three main components: planning, monitoring, and evaluation. The findings indicate that the student demonstrated a high level of performance in understanding the problem, contextual interpretation, and metacognitive awareness. However, a need for improvement was identified in constructing mathematical models and validating assumptions. It was observed that modeling-based activities are effective in eliciting both cognitive and metacognitive actions. This study provides a detailed perspective on the role of metacognitive skills in the mathematical modeling process and offers important insights and suggestions for instructional practices.

Keywords: Case study, mathematical modeling, metacognitive actions, science high school student

Öz: Bu çalışma, bir fen lisesi öğrencisinin bir matematiksel modelleme etkinliği üzerinde çalışırken sergilediği üstbilişsel eylemleri incelemeyi amaçlamaktadır. Nitel durum çalışması desenine dayalı olarak yürütülen araştırmada, ölçüt örnekleme yöntemiyle seçilen, ön testler sonucunda yüksek başarı düzeyinde yer alan bir öğrencinin eylemleri, “Yeşil Dünya Bahçeleri” adlı modelleme problemi üzerinden derinlemesine incelenmiştir. Veri toplama sürecinde öğrencinin çözüm süreci sesli ve görüntülü olarak kaydedilmiş; araştırmacılarından biri tarafından yöneltilen sorularla öğrencinin düşünme süreci ortaya çıkarılmıştır. Veriler birebir yazıya aktarılmış ve bu transkriptler, hem üstbilişsel eylemlere hem de modelleme sürecinin basamaklarına göre kodlanmış ve öğrencinin çözümü, modelleme yeterlikleri değerlendirme rubriği ile değerlendirilmiştir. Kodlama yapılırken modelleme süreci Borromeo Ferri’nin modelleme basamaklarına, üstbilişsel eylemler ise planlama, izleme ve değerlendirme olmak üzere üç temel üstbilişsel eylem doğrultusunda kodlanmıştır. Bulgular, öğrencinin problemi anlama, bağlamsal yorumlama ve üstbilişsel farkındalık alanlarında yüksek düzeyde performans sergilediğini göstermiştir. Ancak matematiksel model kurma ve varsayımları doğrulama alanlarında gelişim ihtiyacı olduğu tespit edilmiştir. Matematiksel modelleme temelli etkinliklerin hem bilişsel hem de üstbilişsel eylemlerin ortaya çıkmasında etkili olduğu görülmüştür. Bu çalışma, üstbilişsel becerilerin matematiksel modelleme sürecindeki işlevine dair ayrıntılı bir bakış sunmakta ve öğretim uygulamaları için önemli ipuçları ve öneriler sunmaktadır.


Anahtar Kelimeler: Durum çalışması, fen lisesi öğrencisi, matematiksel modelleme, üstbilişsel eylemler

[Türkçe sürüm için tıklayınız](#)

1. Introduction

Mathematics education is a dynamic process that aims not only to transfer knowledge but also to develop students' thinking, problem-solving, and meaning-making skills. In this context, mathematical modeling has emerged as an effective learning and teaching approach that has attracted both national and international attention in recent years. Modeling allows students to connect abstract mathematical knowledge to concrete situations by exposing them to real-world problems. In this process, students not only solve problems but also structure their thoughts, develop hypotheses, test solutions, and evaluate their results. Moreover, it offers opportunities for reflection, revision, and improvement based on feedback, making the learning experience iterative rather than linear. Therefore, mathematical modeling is a multifaceted process that encourages students' active participation and supports creative and critical thinking skills (Blum & Leiß, 2007; Lesh & Doerr, 2003).

One of the most striking aspects of the modeling process is that it requires students to act with awareness of their own cognitive processes. In this context, metacognitive awareness and strategy use play a decisive role in modeling success (Flavell, 1979; Schraw & Dennison, 1994). Metacognitive skills represent an individual's ability to go beyond cognitive structures and guide the process through actions such as knowing what they know, planning what to do, monitoring the process, and evaluating the results. These skills operate as a regulatory

Corresponding Author: Esra Bukova Güzel  [email: esra.bukova@deu.edu.tr](mailto:esra.bukova@deu.edu.tr)

Citation Information: Şimşeker, M. & Bukova Güzel, E. (2025). Metacognitive actions displayed by a science high school student during the mathematical modeling process. *Turkish Journal of Mathematics Education*, 6(2), 20-40.

system, helping learners to consciously allocate cognitive resources and adapt strategies when difficulties arise. In particular, in ambiguous, multi-step, and open-ended modeling problems, students' use of metacognitive strategies and actions allows them to manage the process more effectively (Schoenfeld, 1987).

Studies in the international literature (Doorman et al., 2012; He et al., 2024; Hidayat et al., 2023; Kaiser & Sriraman, 2006; Stillman et al., 2013) show a strong interaction between the modeling process and metacognition. Kaiser and Sriraman (2006) stated that modeling simultaneously supports students' cognitive and metacognitive development; Stillman et al. (2013) stated that modeling tasks provide rich contexts that reveal metacognitive regulation skills. Similarly, Doorman et al. (2012) revealed that students consciously carry out many metacognitive actions during the modeling process, such as questioning assumptions, making decisions, and evaluating solution strategies. To illustrate, when students are faced with an unfamiliar modeling scenario, they often need to revise their assumptions mid-process, indicating that metacognitive monitoring is actively shaping their problem-solving pathway. In this context, it is emphasized that metacognition plays a critical role in successfully completing the modeling process, overcoming encountered challenges, and developing modeling competencies (Blum, 2015; Kaiser & Brand, 2015; Kaiser, 2007; Stillman, 2004; Zhang et al., 2024).

Hidayat et al. (2023) examined the critical role of metacognition in the modeling process and specifically assessed the relationship between its sub-dimensions and students' horizontal and vertical mathematization competencies. This study revealed that factors such as planning, use of cognitive strategies, and self-regulation had significant effects, particularly on horizontal mathematization. This finding suggests that not only awareness but also the ability to actively plan and engage in self-regulatory processes are critical for students to successfully perform complex modeling tasks. Self-regulation was also found to be a significant determinant of vertical mathematization. This suggests that cognitive control and strategy use shape modeling success, going beyond metacognitive awareness. Similarly, a longitudinal study by He et al. (2025) revealed a reciprocal and dynamic relationship between metacognition, mathematical modeling competencies, and academic achievement. The research findings indicate that metacognitive skills predict students' modeling skills in the following year, while prior modeling competencies can influence both metacognition and mathematical achievement. Such evidence reinforces the view that metacognition functions as both a product and a driver of mathematical learning.

Studies conducted specifically in Turkey show that the integration of mathematical modeling into teaching processes is limited and that the difficulties students encounter in these processes largely stem from deficiencies in their metacognitive actions (Özsoy & Demircioğlu, 2025; Tekin Dede & Bukova Güzel, 2013). Hıdıroğlu and Bukova Güzel (2016) stated that the extent to which students use planning, monitoring, and evaluation strategies in modeling activities directly affects their success. The research provides important findings on how students organize modeling steps by being aware of their own cognitive processes and how metacognitive awareness deepens the process. Mathematical modeling applications are not widely used in schools in Türkiye, and students' cognitive and metacognitive development during the modeling process is not adequately monitored (Hıdıroğlu & Bukova Güzel, 2015, 2016; Tekin Dede & Bukova Güzel, 2013). Research in the international literature demonstrates that developing modeling skills not only enhances academic achievement but also supports students' metacognitive capacities. In light of these gaps, an in-depth analysis of metacognitive behaviors in high-achieving Turkish students can shed light on how modeling competencies can be cultivated in similar educational contexts.

In this context, analyzing the metacognitive structure developed by high-achieving students in Turkey during this process will offer significant contributions from both theoretical and practical perspectives. This study aims to examine the metacognitive actions exhibited by a science high school student who achieved high success in the centralized high school entrance exams in Turkey during the mathematical modeling process. This study aims to provide a detailed explanation of how the student employed metacognitive actions such as planning, monitoring, and evaluation during the modeling process; how these actions evolved throughout the process; and at what stages cognitive awareness became evident. Adopting a qualitative and process-oriented perspective, this study aims to elucidate the intricate dimensions of metacognitive regulation within an authentic modeling task. The primary research question is formulated as follows: *"What metacognitive actions does a science high school student demonstrate during the mathematical modeling process?"*

2. Method

This research is a qualitative case study that aims to examine the metacognitive actions of a science high school student during the mathematical modeling process from multiple perspectives. Case studies are research designs that allow for in-depth analysis of a specific individual, group, or process within its context and allow for comprehensive data collection to understand the complexity of the phenomenon (Merriam, 2009; Yin, 2011). Therefore, this design was chosen because it enables a detailed and contextualized examination of the student's metacognitive actions throughout the modeling process.

2.1. Participant

The study participant was selected from among science high school students participating in a more comprehensive study. This large-scale study employed a mixed methodology, using the "Mathematical Modeling Competency Test (adapted to Turkish by Kaya, 2018)," to determine science high school students' mathematical modeling competencies, the "Metacognitive Awareness Scale (Akın et al., 2007)" to assess their metacognitive skills, and the "Metacognitive Self-Regulation Scale in Problem Solving (Çelik & Scale, 2017)". Based on the scores obtained from these instruments, students were categorized into three achievement groups: low, medium, and high. A qualitative study was conducted by selecting two students from each group. The student examined in this study was chosen from the high-achieving group due to their exemplary performance, providing a rich case for metacognitive analysis.

2.2. Data Collection Process

The data collection process was conducted through a mathematical modeling task titled "Green World Gardens" (adapted from English by Çavuş Erdem & Şahin, 2023), administered individually to students. The "Green World Gardens" modeling task (see Appendix 1) presents a realistic, data-driven mathematical modeling scenario grounded in practical decision-making. In the task, Serkan Bey, the owner of a newly opened landscaping business in Bursa, is expected to hire the four most productive employees following the closure of a previous landscaping business. Students analyze multidimensional data, such as employees' lawn mowing frequency, working hours, distance traveled, and product sales revenue, to identify the most suitable employees based on multiple criteria. During this process, students are expected to create a mathematical model justifying their decision-making methods and write an explanatory letter to their employer. This task was selected because it involves multi-step reasoning, data interpretation, and requires metacognitive engagement, providing a rich environment for examining metacognitive processes.

During the task, the student was engaged in a natural learning environment, and the solution process was recorded in audio and video formats, supplemented by a think-aloud protocol to capture real-time cognitive and metacognitive processes. Throughout the process, the researcher posed semi-structured questions to probe the student's reasoning strategies and metacognitive reflections, thus obtaining more in-depth data on the student's cognitive and metacognitive actions. Observation notes and transcripts of the video and audio recordings served as the primary qualitative data sources for the analysis.

2.3. Data Analysis

The student's mathematical modeling competencies were assessed using the "Rubric for the Assessment of Modeling Skills" (RAMS)," developed by Tekin Dede and Bukova Güzel (2018). This assessment provided a systematic evaluation of the student's performance in each stage of the modeling process, offering quantitative indicators of modeling competency. By integrating this assessment with metacognitive analysis, the study could examine both cognitive and metacognitive aspects simultaneously.

Content analysis was used in the data analysis process. The analysis process was carried out in two stages: First, the student's solution process was structured according to Borromeo Ferri's (2006) modeling phases: understanding the problem, simplifying, mathematizing, working mathematically, interpreting, and validating. These phases allowed for systematic tracking of the student's cognitive and metacognitive actions throughout the solution process. Cognitive actions exhibited at each stage were assessed using the RAMS, while metacognitive actions were examined according to the three fundamental components defined by Flavell (1979) and Schraw & Dennison (1994), categorized as planning, monitoring, and evaluation. These initially separate codings were then integrated to align metacognitive actions with corresponding modeling stages, creating subcategories to interpret the purpose and function of each action. This approach allowed for a comprehensive and holistic understanding of the interplay between modeling competencies and metacognitive regulation. Excerpts from the transcripts, supported by the student's own statements, are included in the presentation of the findings to provide concrete evidence and enhance validity.

2.4. Research Ethics

This research was conducted under ethical guidelines and was approved by the Dokuz Eylül University Social and Human Sciences Scientific Research and Publication Ethics Committee on 18 June 2025 with the decision number 27.

3. Findings

3.1 Findings Regarding the Modeling Process

An analysis based on the RAMS, revealed that the student exhibited a multidimensional performance throughout the mathematical modeling process.

Table 1. RAMS Results for the Green World Gardens Solution

Modeling Process Steps	Level (0-5)	Point	Explanation
Understanding the problem (Maximum score: 5 level and 4 points)	4	3	The problem has been fully understood; given and requested information has been correctly determined, and the appropriate relationship has been established.
Simplifying (Maximum score: 4 level and 3 points)	3	2	The problem has been simplified; necessary variables have been identified, but incorrect assumptions remain.
Mathematizing (Maximum score: 4 level and 4 points)	2	1	The assumptions are partially acceptable, but the model contains conceptual errors.
Working mathematically (Maximum score: 5 level and 4 points)	3	2	Correct operations were performed on the faulty model.
Interpreting (Maximum score: 5 level and 4 points)	3	2	The solution is contextually interpreted correctly.
Validating (Maximum score: 7 level and 6 points)	3	2	Some verification behavior exists, but systematic control is lacking.

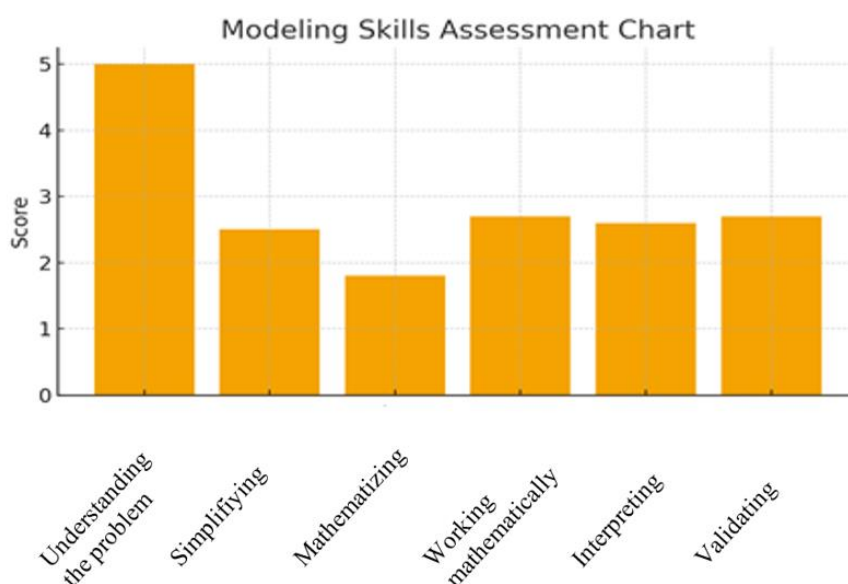


Figure 1. Score distribution of competencies related to the modeling process.

An examination of Table 1 and Figure 1 reveals that the student accurately grasped the problem context, identified the relevant variables, and established a strong connection between the real-life situation presented in the problem and the corresponding mathematical representation. He accurately identified the information provided and requested, systematically evaluated their interrelationships, and integrated them into a coherent and meaningful whole. Following an initial reading of the problem, the student articulated his understanding in his own words, demonstrating comprehension of both the given data and the problem requirements. The student's statements in the excerpt below demonstrate that he understood the problem.

Student: Now, we've been given some data here, from lawn mowing volume to working hours. If we're going to select four of these workers, we'll choose the four workers who will yield the most productivity.

The student's comments during the solution process indicated that he considered both the mathematical and contextual aspects of the problem. The only notable error was his interpretation of profit from product sales as

profit from mowing the lawn. Nevertheless, this can be regarded as a realistic interpretation and does not reflect a fundamental misunderstanding. Therefore, the student exhibited a high level of performance in the understanding the problem stage.

During the simplifying stage, the student accurately identified the necessary variables and formulated generally acceptable assumptions, although some were insufficiently justified, such as assuming trucks travel at constant speed. Additionally, certain variables were incorrectly linked. These observations indicate that the student attempted to reduce mathematical complexity, but not all strategies were grounded in valid assumptions. The following dialogue between the researcher and the student exemplifies his approach during the simplifying and interpreting stages.

Researcher: Do you think this problem has any relevance to real life?

Student: This is exactly how it works in public sector recruitment and corporate recruitment today. We can relate to it. We can also evaluate it to achieve maximum efficiency with minimum energy.

In the subsequent analysis phase, the student endeavored to interpret the problem by applying simplifications and assumptions, as illustrated in the following statements.

Student: For example, we can relate the amount of lawn mowing to the income generated from products sold. But at the same time, our lawn mowing is also linked to the number of hours worked. Because the more we work, the more we increase the labor cost. However, we are also given another variable: truck driving distance.

Although the assumptions underlying the student's model were partially acceptable, shortcomings were observed in translating relationships among variables into a fully valid mathematical form. Specifically, the model dividing revenue from sales by the amount of lawn mowing lacked validity. This reflects conceptual confusion during the 'Mathematizing' stage. Nevertheless, the student's engagement in the modeling process remained meaningful. He elaborated on this step as follows:

Student: For example, we have the income earned from mowing the lawn, as well as the amount of lawn mowing. When we divide this income by the amount, we can find a specific income coefficient, which we can model by expressing in a table graph. We can also use inequality to compare the four most productive individuals.

Although the student's model had limitations in accuracy, his mathematical operations, sequencing, and logical coherence were noteworthy. This indicates well-developed computational skills, enabling him to execute correct procedures despite inaccuracies in the model. No major errors were observed, highlighting the student's strong proficiency in working mathematically.

The student effectively and accurately linked mathematical outcomes to real-world contexts. Findings from the modeling process were substantiated by contextual evaluations, leading to appropriate inferences. This demonstrates his proficient use of critical thinking and evaluative skills during the 'Interpreting' stage. The excerpt below illustrates how his attention to efficiency and stability in recruitment reflects a deep understanding and enhanced interpretive ability.

Student: Now, when we examine truck driving distances, we notice the following: While everyone else made almost equal progress each month, Cenk drove about the same amount in April and June, but experienced a significant drop in May. It's safe to say he barely drove at all. In this respect, I don't find Cenk's work performance consistent. I examine the consistency of his working hours. Overall, there isn't a significant drop. Sometimes, there are drops of 2 hours or 5 hours between individuals. For others, it drops. But sometimes, even if he drops by 5 hours, he makes up for those 5 hours the following month. So, we can see stability in his working hours, but as I mentioned, there's a significant change in Cenk's driving distance. So, I'd like to start by looking at the graph of lawn mowing and earnings. I hope this multiple gives me a clear idea.

The student demonstrated partial verification behaviors but did not systematically assess the validity of assumptions during the validating stage. For instance, although he observed discrepancies between lawn mowing amounts and product sales revenue, these were not fully incorporated into the verification process. This highlights potential areas for improving his capacity to question and refine solutions. His explanation during the validating stage is as follows:

Student: If the problem were solved again, a similar result could be obtained, but there would be slight differences. This depends on the precision of the calculation. If a more detailed calculation, rather than an approximate one, were chosen, the values might have been slightly different. But I don't think the result would have changed. Overall, the work is going well, but I only encountered a few discrepancies in the quantity gain table. I could have thought about this a little more and tried to find a better solution.

Overall, the student exhibited varying levels of success across different stages of the mathematical modeling process. While high performance was observed in understanding the problem and interpreting, the student did not reach maximum proficiency in mathematizing and validating. Moderate achievement was seen in simplifying and working mathematically. These results suggest that the student generally mastered the modeling process but would benefit from targeted support and guidance, particularly in model formulation and validation, to further enhance his mathematical modeling competencies.

3.2 Findings Based on Metacognitive Development

Observation data indicated that the student exhibited a high level of metacognitive awareness, consistently demonstrated across all stages of the mathematical modeling process.

Table 2. Metacognitive Development Indicators

Indicator	Explanation
Planning	Before starting to solve the problem, he analyzed the necessary information, identified the variables, simplified the data, and justified his assumptions.
Monitoring (Method Generation, Strategy Development)	Organized data, created a scoreboard, and built a functional model. Frequently checked the solution process and reviewed his calculations.
Evaluation (Generalization, expression and justification)	He realized that his method could be applied to different situations. He articulated his decisions clearly and provided strong justifications.

The student applied metacognitive strategies including content comprehension, explanation, integration of information into a coherent whole, and evaluation, both before and after engaging with the problem. He actively constructed his knowledge framework by connecting the introductory text to the problem scenario, reflecting strong contextual awareness. During the initial phase, he meticulously examined the complex dataset and questioned relationships among variables. Faced with incomplete information, he exhibited metacognitive flexibility by generating meaningful hypotheses to structure the situation. For instance, he recognized the need to relate work hours to truck driving distance, proposing to calculate lawn mowing time by subtracting driving distance from total work hours, thereby adopting a multidimensional perspective.

Prior to initiating the solution process, the student analyzed required information, explicitly identified key variables (mowing time, earnings, labor hours, truck distance), and established logical relationships among them. This reflects effective deployment of planning and organizational skills, as illustrated in the following student excerpts.

Student: At the same time, our lawn mowing volume is also linked to working hours. Because the more we work, the more we increase the amount of work. But we're also given a separate variable here, truck driving distance. And I'm a bit conflicted about considering all these variables together and calculating efficiency accordingly. Because we're considering truck driving distance, lawn mowing volume, and hours. We need to consider them all together.

Student: Aside from using ratios, we will make a comparison here to measure who we can get the most efficiency from, and in this regard, we can separate ourselves from inequalities.

Throughout the model-building process, the student acknowledged the complexity of real-world scenarios and strategically omitted certain variables to streamline the solution. For instance, he consciously disregarded factors like gender and age, applying a deliberate metacognitive simplification strategy. The consideration of

contextual details, such as hometown effects, further exemplified the student's advanced metacognitive awareness.

Student: First of all, both men and women applied for the job, and since we consider the labor to be equal, we can ignore gender. Furthermore, since age doesn't matter in lawn mowing, we can also ignore age. Furthermore, in Türkiye, people are often favored based on their country of origin. Favoritism can also be shown based on country of origin. Therefore, we can also ignore country of origin.

The student deliberately applied concepts of ratio, proportion, and inequality to represent mathematical relationships. He systematically correlated working hours with lawn mowing outputs, deriving meaningful conclusions for productivity evaluation. Additionally, he recognized the effect of performance fluctuations on decision-making and highlighted the significance of consistency, noting, for instance, the risks of hiring employees with short-term performance spikes but long-term instability.

Throughout the modeling process, the student consistently questioned his solutions, identified errors, and formulated alternative strategies, illustrating advanced metacognitive self-regulation. These monitoring and evaluative behaviors underscore his capacity for adaptive control. He reorganized his problem-solving approach and assessed the applicability of his methods to other contexts, demonstrating the ability to generalize beyond the immediate problem. The following excerpt exemplifies this reasoning.

Student: The data we had was quite complex, but we knew there was a relationship between all the data, and by using these relationships, we could already find the correct answer. By performing all four calculations, including ratios, proportions, and inequalities, we obtained a general result.

In the final stage, the student interpreted analysis results and selected four employees to hire, ensuring the choices demonstrated high performance and consistency, with clear justifications. This illustrates effective management of the mathematical modeling process, achieved through the integration of metacognitive planning, monitoring, and evaluation. The student defended his decisions from both mathematical and contextual perspectives, communicating his reasoning clearly, which reflects advanced metacognitive communication skills. Overall, he effectively employed metacognitive strategies, continuously monitored and restructured his problem-solving process, and flexibly adapted his cognitive approaches. These findings suggest enhanced competencies at both cognitive and metacognitive levels.

An integrated analysis of the mathematical modeling steps and metacognitive actions (Table 3) reveals the specific metacognitive strategies employed by the student at each stage of the modeling process.

Table 3. Modeling Steps and Metacognitive Actions

Modeling Process Steps	Metacognitive Actions
Understanding the Problem	Before starting the problem solution, he analyzed the necessary information and identified the variables. He defined the problem in his own words. (Planning)
Simplification	Organized and simplified the data. Created contexts between the data. (Planning)
Mathematization	Organized the data, created a scoreboard and established a functional model. (Planning-Monitoring)
Performing Mathematical Operations	He performed controlled mathematical operations based on the model he constructed. He justified his operations at each step. He frequently checked the solution process and reviewed his calculations. (Monitoring-evaluation)
Interpretation	Questioned the validity of assumptions, interpreted mathematical results, and considered alternative solutions. (Evaluation)
Verification	He expressed his decisions clearly, made generalizations, and gave strong reasons. (Evaluation)

Analysis of the mathematical modeling process in conjunction with the student's metacognitive actions (Table 3) demonstrates the emergence of distinct strategies at each stage. Planning was predominantly utilized during 'Understanding the problem' and 'Simplifying,' enabling him to organize information and define variables. During 'Mathematizing' and 'Working mathematically,' he employed continuous monitoring and partial evaluation strategies to justify his actions. Evaluation-focused behaviors became prominent in 'Interpreting' and 'Validating,' as he questioned assumptions, explored alternative approaches, and supported his decisions with

strong reasoning. These observations indicate a progressive deepening of metacognitive awareness and control throughout the modeling process.

4. Discussion, Conclusion and Recommendations

This study comprehensively analyzed the student's performance in both the mathematical modeling process and associated metacognitive skills. According to the Modeling Competencies Assessment Rubric, the student exhibited particularly strong performance in problem comprehension and contextual interpretation, demonstrating a well-developed ability to translate real-world situations into mathematical models. Nevertheless, conceptual errors were observed during model construction, and some assumptions lacked sufficient validity. These findings indicate that while the student possesses solid computational skills, targeted guidance and clarification are necessary during the modeling and validation phases. The results reinforce the notion that mathematical modeling is inherently multidimensional, requiring not only procedural calculations but also logical reasoning, contextual understanding, and metacognitive engagement.

Metacognitive analysis revealed that the student demonstrated strong capacities to monitor, evaluate, and restructure his own thinking processes. He actively employed metacognitive strategies, particularly in planning, error checking, hypothesizing, and decision-making. These observations suggest that metacognitive actions functioned not merely as supportive tools but as central guides directing the entire modeling process, reinforcing both process quality and outcome effectiveness.

It can be stated that metacognitive skills enable students to develop a critical perspective on their own solution process, to restructure the process by recognizing errors, and to generate more flexible solution strategies. Schukajlow (2011) emphasized that metacognitive strategies cannot be placed only at certain stages of the modeling process; rather, they are necessary at every stage of the process (as cited in Vorhölter, 2025). The findings obtained in this study also confirm this view through the metacognitive actions that emerged at each step of the modeling process. The results revealed that the metacognitive actions exhibited by students throughout the process both shaped the quality of the process and directly influenced their modeling performance. This finding supports the relationship between modeling and metacognitive strategies, which has also been emphasized in previous studies (e.g., English, 2006; Hidroğlu & Bukova Güzel, 2015).

In this context, the study provides concrete insights into the structuring of metacognitive actions within the modeling process, offering both theoretical and practical contributions to instructional design. The results indicate that mathematical modeling activities promote cognitive and metacognitive development simultaneously, and that deliberate integration of such activities into curricula can enhance student learning outcomes and performance quality.

The findings indicate that the student exhibited strong contextual understanding and metacognitive awareness throughout the modeling process. Actively engaging in problem-solving, he generated original strategies and demonstrated substantial problem comprehension and contextual interpretation skills. Nevertheless, limitations in model construction and validation underscore the need for guided support, suggesting that teachers should employ structured questioning and targeted feedback to scaffold students' reasoning and decision-making. Conversely, the student's advanced metacognitive abilities facilitated a systematic approach, allowing him to identify, correct, and refine errors effectively.

In conclusion, mathematical modeling-based activities make significant contributions to students' cognitive and metacognitive development. Although the study is limited to a single student and modeling task, the findings highlight the importance of implementing targeted metacognitive strategies, such as reflective journaling, verbalizing reasoning, and visualizing problem solving steps, to enhance students' metacognitive and modeling skills, thereby offering valuable insights for curriculum design and teacher education. The study underscores the value of explicitly integrating metacognitive strategies into modeling tasks within instructional design. Accordingly, teacher education programs should incorporate content addressing both modeling pedagogy and metacognitive strategy instruction. Future research with students of varying levels and employing diverse modeling tasks could yield deeper insights into the interaction between modeling and metacognitive processes, and encourage replication studies with larger samples.

Acknowledgements: This study is based on a section of the doctoral dissertation titled "Developments in Science High School Students' Metacognitive Actions During Mathematical Modeling Activities," conducted by Münire Şimşeker under the supervision of Prof. Dr. Esra Bukova Güzel at the Institute of Educational Sciences, Dokuz Eylül University.

Funding: No funding was reported for this study.

Declaration of interest: The author declares no conflict of interest.

Appendix 1. Green World Gardens Task (adapted from English by Çavuş Erdem & Şahin, 2023)

Introductory Article

Green World Will Open Soon



Bursa is one of the greenest cities in Turkey. In spring, the rains and sunlight combine to cover the entire city with lush green grass. Serkan Bey, a resident of Bursa and a lover of greenery, is the owner of Green World Gardens, a new landscaping business to be opened on April 1 in the city. After working for 15 years at a major landscaping company in Istanbul, Serkan Bey decided to establish his own business. He states: "Throughout my life, I enjoyed spending time outdoors and I love nature. In spring, the smell of blooming flowers and freshly cut grass is unlike anything else." Serkan Bey graduated from the landscape architecture department. Since childhood, Serkan Bey has been mowing lawns and hopes to carry his success at the large company into his new venture. Having secured the necessary agreements, he believes his experience will lead Green World Gardens to success. He emphasizes the importance of professionalism, noting: "Landscaping usually forms the first impression for a customer. A professional, appealing, and well-maintained space is crucial even before the client steps through the door." At his business, Serkan Bey plans to hire personnel to regularly handle lawn care and leaf cleaning, especially during the autumn season. Regular lawn mowing is vital and, depending on weather conditions and type of grass, is typically done once a week or every two weeks. Serkan Bey notes that his company will handle gardens of all sizes, providing trustworthy service for owners. For more information and free consultation, please contact Green World Gardens.

Preparation Questions

1. Who is the owner of Green World Gardens?
2. What services does Green World Gardens provide to its customers?
3. How often should lawns be mowed?
4. What are the busiest months for Green World Gardens, and why?

Appendix 1 continued

Background Information

At Green World Gardens, Mr. Serkan will provide lawn mowing service for his customers. A short time ago, an important landscaping company in Bursa was closed, and four of its former employees applied to Mr. Serkan to work at Green World Gardens. In order to decide which four employees he will hire, Mr. Serkan needs detailed information about the landscaping works carried out in April, May, and June. In the previous company, lawn mowing, fertilization, spraying against weeds and pests, and selling such products were the responsibilities of the employees. In other companies, each employee's total working hours, the number and size of the lawns they mowed, and the profit they made from the products they sold were taken into account when evaluating them. Lawn mowing times vary according to the size of the lawn. Mowing a large lawn takes more time, while mowing a medium or small lawn takes less. In addition, lawns may have different edge trimming or pruning requirements depending on their size. Records also include the kilometers traveled by the company trucks to reach customers.

Total Working Hours

Employees	April	May	June
Ceyhun	80	75	82
Sinem	66	60	70
Cenk	62	65	63
Kadir	72	70	75
Tarik	55	58	60
Ayşe	45	42	48
Mahmut	80	70	81
Jale	90	85	89
Yalçın	80	75	80
Kenan	78	82	84

Truck Distance (km)

Employees	April	May	June
Ceyhun	190	185	200
Sinem	199	195	201
Cenk	188	192	193
Kadir	202	203	199
Tarik	177	180	182
Ayşe	160	164	168
Mahmut	200	204	202
Jale	211	205	210
Yalçın	198	201	199
Kenan	185	190	198

Amount of Grass Mowed

Employees	April			May			June		
	Large	Medium	Small	Large	Medium	Small	Large	Medium	Small
Ceyhun	18	15	10	19	16	11	20	17	12
Sinem	13	10	8	14	12	9	15	13	10
Cenk	14	12	9	15	13	10	16	14	11
Kadir	15	13	10	16	14	11	17	15	12
Tarik	20	16	12	21	17	13	22	18	14
Ayşe	10	8	6	11	9	7	12	10	8
Mahmut	22	18	14	23	19	15	24	20	16
Jale	23	19	15	24	20	16	25	21	17
Yalçın	16	13	9	17	14	10	18	15	11
Kenan	19	15	11	20	16	12	21	17	13

Income Earned from Sold Products (TL)

Employees	Large	Medium	Small
Ceyhun	150	175	80
Sinem	75	125	70
Cenk	100	150	75
Kadir	125	170	65
Tarik	80	120	60

Employees	Large	Medium	Small
Ayşe	127	117	72
Mahmut	150	200	100
Jale	200	250	125
Yalçın	130	180	90
Kenan	170	225	95

Problem Statement

Mr. Serkan must decide which four of the former employees to hire for this summer. Using the data provided, help him choose four employees to hire. Write a letter explaining your decision and the method you used in making this selection.

Bir Fen Lisesi Öğrencisinin Matematiksel Modelleme Sürecinde Ortaya Çıkan Üstbilişsel Eylemleri

1. Giriş

Matematik eğitimi, yalnızca bilgi aktarımını değil; öğrencilerin düşünme, problem çözme ve anlam kurma becerilerini geliştirmeyi hedefleyen dinamik bir süreçtir. Bu bağlamda, matematiksel modelleme son yıllarda hem ulusal hem de uluslararası düzeyde dikkat çeken etkili bir öğrenme ve öğretme yaklaşımı olarak öne çıkmaktadır. Modelleme, öğrencilerin gerçek yaşam problemleriyle karşılaşmalarını sağlayarak soyut matematiksel bilgiyi somut durumlarla ilişkilendirmelerine olanak tanır. Bu süreçte öğrenciler yalnızca problem çözmekle kalmaz; aynı zamanda düşüncelerini yapılandırır, varsayımlar geliştirir, çözüm yolları dener ve sonuçlarını değerlendirir. Dolayısıyla matematiksel modelleme, öğrencinin aktif katılımını teşvik eden, yaratıcı ve eleştirel düşünme becerilerini destekleyen çok boyutlu bir süreçtir (Blum & Leiß, 2007; Lesh & Doerr, 2003).

Modelleme sürecinin en dikkat çekici yönlerinden biri de, öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerinin farkında olarak hareket etmelerini gerektirmesidir. Bu bağlamda, üstbilişsel farkındalık ve strateji kullanımı, modelleme başarısı üzerinde belirleyici bir rol oynamaktadır (Flavell, 1979; Schraw & Dennison, 1994). Üstbilişsel beceriler, bireyin ne bildiğini bilmesi, ne yapacağını planlaması, süreci izlemesi ve sonuçları değerlendirmesi gibi eylemlerle bilişsel yapıların ötesine geçerek süreci yönlendirme gücünü ifade eder. Özellikle belirsizlik içeren, çok adımlı ve açık uçlu modelleme problemlerinde, öğrencilerin üstbilişsel stratejilere ve eylemlere başvurmaları süreci daha etkili yönetmelerini sağlar (Schoenfeld, 1987).

Uluslararası literatürde yapılan araştırmalar (Doorman et al., 2012; He vd., 2024; Hidayat vd., 2023; Kaiser & Sriraman, 2006; Stillman et al., 2013) modelleme süreciyle üstbiliş arasında güçlü bir etkileşim olduğunu göstermektedir. Kaiser ve Sriraman (2006), modellemenin öğrencilerin bilişsel ve üstbilişsel gelişimini aynı anda desteklediğini belirtmiş; Stillman vd. (2013) ise modelleme görevlerinin üstbilişsel düzenleme becerilerini ortaya çıkaran zengin bağlamlar sunduğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde, Doorman vd. (2012), öğrencilerin modelleme süreçlerinde varsayımları sorgulama, karar verme ve çözüm stratejilerini değerlendirme gibi birçok üstbilişsel eylemi bilinçli şekilde yürüttüklerini ortaya koymuştur. Bu bağlamda, modelleme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanabilmesi, karşılaşılan zorlukların aşılabilmesi ve modelleme yeterliklerinin geliştirilebilmesi için üstbilişin kritik bir rol oynadığı vurgulanmaktadır (Blum, 2015; Kaiser & Brand, 2015; Kaiser, 2007; Stillman, 2004; Zhang et al., 2024).

Hidayat vd. (2023), üstbilişin modelleme sürecindeki kritik rolünü inceleyerek, özellikle üstbilişin alt boyutlarının öğrencilerin yatay ve dikey matematikleştirme yeterlikleriyle olan ilişkisini değerlendirmiştir. Bu çalışmada, planlama, bilişsel stratejilerin kullanımı ve öz-düzenleme gibi unsurların özellikle yatay matematikleştirme üzerinde anlamlı etkileri olduğu ortaya konmuştur. Bu bulgu, öğrencilerin karmaşık modelleme görevlerini başarıyla gerçekleştirebilmesi için yalnızca farkındalık değil, aynı zamanda aktif bir şekilde plan yapma ve öz-denetim süreçlerini yürütme becerilerinin kritik olduğunu göstermektedir. Aynı zamanda, dikey matematikleştirme açısından da öz-denetimin önemli bir belirleyici olduğu saptanmıştır. Bu durum, üstbilişsel farkındalığın ötesine geçilerek, bilişsel kontrol ve strateji kullanımının modelleme başarısını şekillendirdiğini göstermektedir. Benzer biçimde, He vd. (2025) tarafından gerçekleştirilen boylamsal çalışmada, üstbiliş, matematiksel modelleme yeterlikleri ve akademik başarı arasında karşılıklı ve dinamik ilişkiler olduğu ortaya konmuştur. Araştırma bulgularına göre, üstbilişsel beceriler bir sonraki yıl öğrencilerin modelleme becerilerini öngörmekte, aynı zamanda önceki modelleme yeterlikleri hem üstbilişi hem de matematik başarısını etkileyebilmektedir. Bu karşılıklı etkileşim, üstbilişin öğrenmenin sadece bir çıktısı değil, aynı zamanda öğrenme sürecini şekillendiren bir bileşen olduğunu göstermiştir.

Türkiye özelinde yapılan araştırmalar, matematiksel modellemenin öğretim süreçlerine entegrasyonunun sınırlı olduğunu ve öğrencilerin bu süreçlerde karşılaştıkları zorlukların büyük ölçüde üstbilişsel eylemlerindeki eksikliklerden kaynaklandığını göstermektedir (Tekin Dede & Bukova Güzel, 2013; Özsoy & Demircioğlu, 2025). Hıdıroğlu ve Bukova Güzel (2016), öğrencilerin modelleme etkinliklerinde planlama, izleme ve değerlendirme stratejilerini kullanma düzeylerinin başarılarını doğrudan etkilediğini belirtmiştir. Araştırma, öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerinin farkında olarak modelleme adımlarını nasıl düzenlediklerine ve üstbilişsel farkındalığın süreci nasıl derinleştirdiğine dair önemli bulgular sunmaktadır. Türkiye'de matematiksel modelleme uygulamaları okullarda yaygın olarak kullanılmamakta ve öğrencilerin modelleme sürecindeki bilişsel ve üstbilişsel gelişimleri yeterince takip edilmemektedir (Hıdıroğlu & Bukova Güzel, 2015, 2016; Tekin Dede & Bukova Güzel, 2013). Uluslararası literatürde yapılan araştırmalar, modelleme becerilerinin geliştirilmesinin yalnızca akademik başarıyı artırmakla kalmayıp, öğrencilerin üstbilişsel kapasitesini de desteklediğini göstermektedir. Ancak, modelleme süreçlerinde üstbilişe odaklanan çalışmaların sayısı nispeten azdır (Vorhölter, 2021).

Bu bağlamda, ülkemizde yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin bu süreçlerde nasıl bir üstbilişsel yapı geliştirdiklerini analiz etmek, hem kuramsal hem de uygulamalı açıdan önemli katkılar sunacaktır. Bu çalışma,

Türkiye’de liseye giriş için yapılan merkezi sınavlarda yüksek başarı gösteren bir Fen Lisesi öğrencisinin matematiksel modelleme sürecinde ortaya koyduğu üstbilişsel eylemleri incelemeyi amaçlamaktadır. Öğrencinin modelleme sürecinde planlama, izleme ve değerlendirme gibi üstbilişsel eylemlerini nasıl kullandığı; bu eylemlerin süreç boyunca nasıl evrildiği ve bilişsel farkındalığının hangi aşamalarda belirginleştiği ayrıntılı olarak ortaya konulmaya çalışılmıştır. Araştırmanın temel sorusu şu şekilde belirlenmiştir: “Bir Fen Lisesi öğrencisi, matematiksel modelleme sürecinde hangi üstbilişsel eylemleri ortaya koymaktadır?”

2. Yöntem

Bu araştırma, bir fen lisesi öğrencisinin matematiksel modelleme sürecinde gerçekleştirdiği üstbilişsel eylemleri çok yönlü olarak incelemeyi amaçlayan nitel bir durum çalışmasıdır. Durum çalışmaları, belirli bir birey, grup ya da sürecin, kendi bağlamı içerisinde derinlemesine analiz edilmesini sağlayan ve olgunun karmaşıklığını anlamaya yönelik kapsamlı veri toplanmasına imkân veren bir araştırma desendir (Merriam, 2009; Yin, 2011). Bu nedenle, çalışmada bu desen, öğrencinin modelleme uygulaması boyunca sergilediği üstbilişsel eylemleri ayrıntılı biçimde analiz etmek amacıyla tercih edilmiştir.

2.1. Katılımcı

Çalışmanın katılımcısı, daha kapsamlı bir araştırmadaki fen lisesinde öğrenim gören öğrenciler arasından seçilmiştir. Söz konusu geniş çaplı çalışmada karma yöntem benimsenmiş ve nicel yöntem kapsamında fen lisesi öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemek için “Matematiksel Modelleme Yeterlik Testi (Kaya, 2018)”, üstbilişsel becerilerini değerlendirmek amacıyla “Üstbilişsel Farkındalık Ölçeği (Akın vd., 2007)” ve “Problem Çözme Sürecinde Üstbilişsel Özdüzenleme Ölçeği (Çelik & Scale, 2017)” uygulanmıştır. Bu araçlardan elde edilen puanlara göre öğrenciler düşük, orta ve yüksek başarı düzeyine sahip olmak üzere üç başarı grubuna ayrılmıştır. Her gruptan iki öğrenci seçilerek nitel bir çalışma yürütülmüştür. Bu çalışmada incelenen öğrenci, yüksek başarı grubundan seçilmiş olup, örnek performansı sayesinde üstbilişsel analiz için zengin bir durum sunmaktadır.

2.2. Veri Toplama Süreci

Veri toplama süreci, öğrenciye bireysel olarak uygulanan “Yeşil Dünya Bahçeleri” (English, 2003’dan uyarlayan Çavuş Erdem & Şahin, 2023) adlı matematiksel modelleme etkinliği üzerinden yürütülmüştür. Yeşil Dünya Bahçeleri modelleme etkinliği (bkz. Ek 1), gerçek yaşam bağlamında karar verme sürecini temel alan, veriye dayalı bir matematiksel modelleme senaryosu sunmaktadır. Etkinlikte, Bursa’da yeni açılacak bir peyzaj işletmesinin sahibi olan Serkan Bey’in, önceki bir peyzaj firmasının kapanmasının ardından orada çalışanlardan en verimli dört kişiyi işe alma kararı vermesi beklenmektedir. Öğrenciler, çalışanlara ait çim biçme sıklıkları, çalışma saatleri, kat edilen mesafeler ve ürün satış gelirleri gibi çok boyutlu verileri analiz ederek, çeşitli kriterlere göre en uygun çalışanları belirlemeye çalışırlar. Bu süreçte öğrencilerden, karar verme yöntemlerini gerekçelendirdikleri matematiksel bir model oluşturmaları ve işveren için açıklayıcı bir mektup yazmaları beklenir. Etkinlik, çok adımlı karar verme, verileri anlamlandırma ve üstbilişsel süreçleri içeren zengin bir modelleme deneyimi sunması nedeniyle bu çalışmada tercih edilmiştir. Etkinlik sırasında öğrenci doğal öğrenme ortamında çalışmaya alınmış, çözüm süreci baştan sona sesli düşünme yöntemiyle desteklenerek sesli ve görüntülü biçimde kaydedilmiştir. Süreç boyunca araştırmacı, öğrencinin düşünme biçimlerini ve karar alma stratejilerini daha iyi anlamak amacıyla yarı yapılandırılmış sorular yönelterek öğrencinin bilişsel gerekçelerine ve öğrencinin üstbilişsel düşünme süreçlerine ilişkin daha derinlemesine veriler elde edilmiştir. Gözlem notları ile video ve ses kayıtlarının dökümleri analiz için birincil veri kaynağı olarak kullanılmıştır.

2.3. Veri Analizi

Öğrencinin matematiksel modelleme yeterlikleri, Tekin Dede ve Bukova Güzel (2022) tarafından geliştirilen “Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği” kullanılarak değerlendirilmiştir. Bu değerlendirme, öğrencinin modelleme sürecindeki performansını sistematik ve kapsamlı bir biçimde inceleyerek, modelleme yeterliklerinin hangi düzeyde gerçekleştiğine dair nicel bir veri sağlamıştır. Böylece, öğrencinin hem matematiksel modelleme becerileri hem de üstbilişsel süreçleri birlikte değerlendirilebilmiştir. Veri analizi sürecinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Analiz süreci iki aşamada gerçekleştirilmiştir: İlk olarak, öğrencinin çözüm süreci Borromeo Ferri (2006) tarafından geliştirilen modelleme süreci basamaklarına göre yapılandırılmıştır. Her bir basamakta sergilenen bilişsel eylemler modelleme yeterlikleri çerçevesinde modelleme yeterliği rubriği ile değerlendirilirken üstbilişsel eylemler ise, Flavell (1979) ve Schraw & Dennison (1994) tarafından tanımlanan üç temel üstbilişsel bileşen doğrultusunda planlama, izleme ve değerlendirme kategorileri açısından incelenmiştir. İlk aşamada ayrı ayrı yapılan bu kodlamalar daha sonra bütünleştirilmiş, üstbilişsel eylemler modelleme sürecinin ilgili basamaklarıyla ilişkilendirilmiş ve her bir eylemin hangi amaçla ortaya çıktığını anlamaya yönelik alt kategoriler oluşturulmuştur. Böylece, modelleme yeterlikleri ile üstbilişsel eylemler arasındaki ilişkilerin bütüncül biçimde analiz edilebilmesine olanak tanınmıştır. Bu yaklaşım, öğrencinin modelleme sürecindeki üstbilişsel farkındalık ve kontrolünün hangi aşamalarda nasıl işlediğini ve bu eylemlerin

işlevlerini ortaya koymayı hedeflemiştir. Bulgular sunulurken, öğrencinin kendi ifadeleriyle desteklenen transkriptlerden alıntılara yer verilmiştir.

2.4. Araştırma Etiği

Bu araştırmanın etik kurallara uygun bir şekilde yapıldığı, Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulu tarafından 18 Haziran 2025 tarihinde 27 sayılı kurul kararı ile onaylanmıştır.

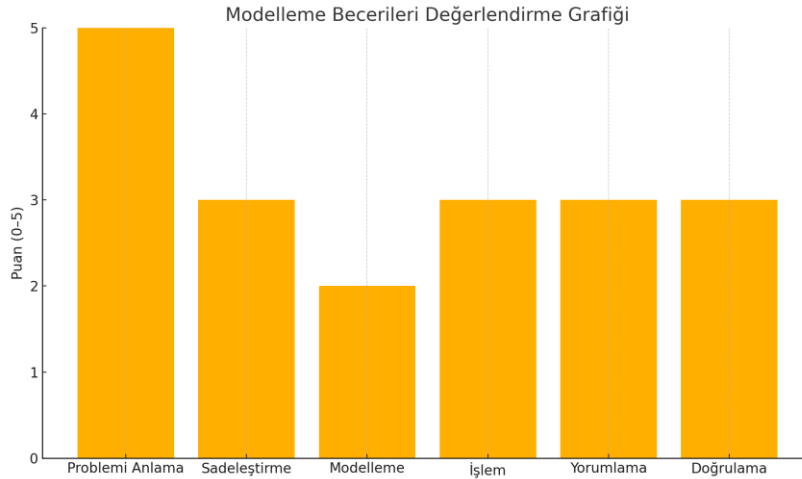
3. Bulgular

3.1. Modelleme Sürecine Yönelik Bulgular

Modelleme süreci değerlendirme rubriği temel alınarak yapılan analizde, öğrencinin matematiksel modelleme sürecine ilişkin çok boyutlu bir performans sergilediği görülmektedir.

Tablo 1. Yeşil Dünya Bahçeleri Çözümüne ilişkin MYDR Sonuçları

Modelleme Süreci Basamakları	Düzy (0-5)	Puan	Açıklama
Problemi Anlama (Maksimum düzey 5 ve 4 puan)	4	3	Problem tam anlamlandırılmış; verilenler ve istenenler doğru belirlenmiş, uygun ilişki kurulmuş.
Sadeleştirme (Maksimum düzey 4 ve 3 puan)	3	2	Problem sadeleştirilmiş; gerekli değişkenler belirlenmiş, ancak yanlış varsayımlar var.
Matematikselleştirme (Maksimum düzey ve 4 puan)	2	1	Varsayımlar kısmen kabul edilebilir, ancak modelde kavramsal hata bulunmakta.
Matematiksel Olarak İşlem Yapma (Maksimum düzey 5 ve 4 puan)	3	2	Hatalı model üzerinden doğru işlemler yapılmış.
Yorumlama (Maksimum düzey 5 ve 4 puan)	3	2	Çözüm bağlamsal olarak doğru şekilde yorumlanmış.
Doğrulama (Maksimum düzey 7 ve 6 puan)	3	2	Bazı doğrulama davranışları var; ancak sistematik kontrol eksik.



Şekil 1. Modelleme sürecine ilişkin becerilerin puan dağılımı.

Tablo 1 ve Şekil 1 incelendiğinde öğrencinin, problem bağlamını doğru şekilde kavradığı ve problemde sunulan gerçek yaşam durumu ile matematiksel temsil arasında güçlü bir bağlantı kurduğu görülmüştür. Verilen ve istenen bilgileri doğru bir şekilde tanımlamış ve aralarındaki ilişkileri anlamlı bir bütün içerisinde değerlendirmiştir. Öğrenci problemi okuduktan sonra kendi cümleleri ile problem durumunu açıklamıştır. Aşağıdaki kesitte verilen öğrencinin ifadeleri problemi anlamlandırıldığını göstermiştir.

Öğrenci: Şimdi bize burada bazı veriler verilmiş. Çim biçme miktarlarından çalışma saatlerine kadar. Biz bu işçilerden 4'ünü seçeceksek en verim alabileceğimiz olan 4 işçiyi seçeceğiz.

Öğrencinin çözüm sürecinde yaptığı yorumlar, problem durumunun yalnızca matematiksel değil, aynı zamanda bağlamsal yönünü de değerlendirdiğini göstermiştir. Bu süreçte tek belirgin hatanın, satılan ürünlerden

elde edilen kazancı çim biçme kazancı olarak değerlendirmesi olduğu belirlenmiştir. Ancak bu durum, gerçek yaşam bağlamında bir yorum olarak kabul edilmiş ve problemin temel olarak anlaşılmadığını göstermemiştir. Dolayısıyla, öğrenci problemi anlama boyutunda üst düzey bir performans sergilemiştir.

Öğrenci, problemi sadeleştirme sürecinde gerekli değişkenleri büyük ölçüde doğru belirlemiş ve kabul edilebilir varsayımlar geliştirmiştir. Bununla birlikte, kamyonların sabit hızla hareket ettiği varsayımı gibi bazı varsayımları yeterince gerekçelendirilmemiş ve bazı değişkenler arasında hatalı ilişkiler kurulmuştur. Bu durum, öğrencinin modelleme sürecinde matematiksel karmaşıklığı azaltma yönünde girişimlerde bulunduğunu, ancak bu girişimlerin her zaman geçerli varsayımlara dayanmadığını göstermiştir. Araştırmacı ve öğrenci arasında geçen aşağıdaki diyalog öğrencinin yorumlama ve sadeleştirme basamaklarındaki yaklaşımını göstermektedir.

Araştırmacı: Bu problemin gerçek hayatla bir ilişkisi var mıdır sence?
Öğrenci: Bunun günümüzde kamuda işe alımlarda ya da şirketlerde de aynen böyle işlemektedir. Onunla bağdaştırabiliriz. Ayrıca minimum enerjiyle maksimum verimi elde etme için değerlendirme yapabiliriz.

Ek olarak verilen problem irdeleme aşamasında öğrenci şu ifadelerle sadeleştirme ve varsayımlarla problemi anlamaya çalışmıştır.

Öğrenci: Satılan ürünlerden elde edilen kazançta biz çim biçme miktarını mesela bağdaştırabiliriz. Ama aynı zamanda bizim bu çim biçme miktarımız çalışma saatleriyle de bağlantılıdır. Çünkü ne kadar çalışırsak miktarı da o kadar emek çerçevesinde arttıracaktır. Fakat aynı zamanda bize burada kamyon sürüş mesafesi gibi ayrı bir değişken daha verilmiş.

Öğrencinin geliştirdiği modelin dayandığı varsayımlar kısmen kabul edilebilir nitelikte olmakla birlikte, değişkenler arası ilişkilerin tam olarak geçerli bir matematiksel biçime dönüştürülmesinde eksiklikler gözlemlenmiştir. Özellikle, satılan üründen elde edilen kazancın çim biçme miktarına bölünmesiyle oluşturulan model geçerlilik açısından yetersiz kalmıştır. Bu durum, matematiksel modellemede kavramsal bir karışıklığın varlığına işaret etmiştir. Bu durum, öğrencinin matematiksel yapıyı oluştururken kavramsal düzeyde bazı karışıklıklar yaşadığını ancak modelleme sürecine katılımının anlamlı olduğunu göstermiştir. Çözüm esnasında bu adıma dair şu şekilde açıklamada bulunmuştur:

Öğrenci: Şöyle, elimizde çim biçmeden elde edilen bir kazanç, aynı zamanda çim biçme miktarı var. Biz bu kazancı miktara böldüğümüzde belirli bir gelir katsayısı bulabiliriz ve bu katsayıları gene bir tablo grafında ifade ederek modelleyebiliriz. Aynı zamanda eşitsizlik kullanarak da biz en verimli olan 4 kişiyi böyle kıyaslayarak bulabiliriz.

Öğrencinin kurduğu modelin doğruluğu sınırlı olsa da, uyguladığı matematiksel işlemler, işlemlerin sıralaması ve mantıksal bütünlüğü dikkat çekmiştir. Bu, öğrencinin problem çözme sürecinde işlem becerilerinin gelişmiş olduğunu ve hatalı model üzerinde bile doğru matematiksel adımları izleyebildiğini göstermiştir. Modelin çözümünde önemli bir hata gözlemlenmemiştir; bu da öğrencinin matematiksel işlem becerilerinin güçlü olduğunu ortaya koymuştur.

Öğrenci, elde ettiği matematiksel sonuçları gerçek yaşamla anlamlı ve doğru bir şekilde ilişkilendirmiştir. Modelleme sürecinin sonunda elde edilen bulgular, bağlamsal değerlendirmelerle desteklenmiş ve problem durumuna uygun çıkarımlar yapılmıştır. Bu durum öğrencinin eleştirel düşünme ve değerlendirme becerilerini etkili biçimde kullandığını göstermiştir. Aşağıdaki kesitte de görüleceği gibi işe alımda verimlilik ve istikrar gibi kavramlara dikkat etmesi, süreci iyi kavradığını ve yorumlama becerisinin gelişmiş olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Öğrenci: Şimdi kamyon sürücü mesafelerini incelediğimizde şunu fark ediyoruz. Diğer bütün insanlar hemen hemen her ay eşit miktarda ilerleme kaydetmişken Cenk Nisan ve Haziran ayında yaklaşık eşit miktarda sürerken Mayıs ayında çok ciddi bir düşüş yaşamış. Neredeyse hiç de sürmemiş diyebiliriz. Bu açıdan Cenk'in iş performansını istikrarlı bulmuyorum. Çalışma saatindeki istikrarı inceliyorum. Genel anlamda çok ciddi bir düşüş yok. Bazen kişiler arasında 2 saatlik, 5 saatlik düşüşler var. Kimisinde düşüyor. Ama bazen 5 saat düşse bile sonra o 5 saati öbür ayda tekrar telafi etmiş. O yüzden çalışma saati olarak istikrarı görebiliriz ama dediğim gibi sürüş mesafesinde Cenk'te çok ciddi bir değişiklik var. O zaman ben olaya ilk girişime çim biçme miktarı ve kazanç grafiğinden başlamak istiyorum. Bu kat sayıda belirli bir fikre sahip olabileceğimi umuyorum.

Öğrenci, çözüm sürecinde bazı doğrulama davranışları sergilemiş ancak varsayımların geçerliliği konusunda sistematik bir kontrol gerçekleştirilmemiştir. Örneğin çim biçme miktarı ile satılan üründen elde edilen kazanç arasındaki tutarsızlıkları fark etmiş, ancak bunları doğrulama sürecine yansıtılmakta eksik kalmıştır. Bu durum, öğrencinin çözümünü sorgulama ve yeniden yapılandırma konusunda gelişime açık bir yönü olduğunu göstermiştir. Doğrulama kısmında yaptığı açıklama şu şekildedir:

Öğrenci: Problem tekrar çözülsün benzer bir sonuç elde edebilirdi fakat ufak farklılıklar olabilirdi. Bu yapılan hesabın ne kadar ince olduğu ilgilidir. Burada yaklaşık bir hesap değil, daha detaylı bir hesap seçilirse değerler birazcık daha farklı çıkabilirdi. Ama sonucun değişeceğini düşünmüyorum. Genel anlamda çalışma iyi gitmekle beraber sadece miktar kazanç tablosunda biraz çelişkilerim düştü. Onun üzerine birazcık daha düşünüp daha iyi bir yol bulmayı deneyebilirdim.

Genel olarak öğrencinin matematiksel modelleme sürecindeki performansı, farklı aşamalarda değişen düzeylerde başarı göstermiştir. Problemi anlama ve gerçek yaşam bağlamında yorumlama boyutlarında yüksek düzeyde bir performans sergilemesine rağmen, matematiksel model oluşturma ve doğrulama aşamalarında beklenen en üst düzey yeterliliğe ulaşamamıştır. Sadeleştirme ve matematiksel işlemlerde ise orta düzeyde başarı gözlemlenmiştir. Bu bulgular, öğrencinin modelleme sürecine genel anlamda hakim olduğunu; ancak özellikle model geliştirme ve doğrulama süreçlerinde gelişim alanları bulunduğunu ortaya koymuştur. Dolayısıyla, öğrencinin matematiksel modelleme yeterliklerini daha da ilerletebilmesi için bu aşamalarda desteklenmesi ve yönlendirilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır.

3.2 Üstbilişsel Gelişim Verilerine Göre Bulgular

Gözlem verileri, öğrencinin yüksek düzeyde üstbilişsel farkındalık sergilediğini ve bu farkındalığın modelleme sürecinin tüm aşamalarına yansıdığını ortaya koymuştur.

Tablo 2. Üstbilişsel Gelişim Göstergeleri

Gösterge	Açıklama
Planlama	Problem çözümüne başlamadan önce gerekli bilgileri analiz etti, değişkenleri belirledi. Verileri sadeleştirdi, varsayımlarını gerektirirdi.
İzleme (Yöntem Üretimi, Strateji geliştirme)	Verileri düzenledi, skor tablosu oluşturdu ve işlevsel bir model kurdu. Çözüm sürecini sık sık kontrol etti, hesaplamalarını gözden geçirdi.
Değerlendirme (Genelleme, ifade etme ve gerektirme)	Yönteminin farklı durumlara da uygulanabilir olduğunu fark etti. Kararlarını açıkça ifade etti ve güçlü gerekçeler sundu.

Öğrenci, problemi okumadan önce ve okuduktan sonra içeriği anlama, açıklama, anlamlı bütünlük oluşturma ve değerlendirme gibi üstbilişsel stratejiler kullanmıştır. Giriş metniyle problem durumu arasında bağ kurarak bilgi yapısını inşa etmiş ve bağlamsal farkındalık sergilemiştir. İlk aşamada, verilen karmaşık veri setini dikkatle incelediği ve veriler arasındaki ilişkileri sorguladığı tespit edilmiştir. Eksik bilgilerle karşılaştığında, durumu yapılandırmaya yönelik anlamlı varsayımlar geliştirerek üstbilişsel esneklik sergilemiştir. Örneğin, çalışma saati ile kamyon sürüş mesafesinin ilişkilendirilmesinde zorluk yaşadığı, bu nedenle çalışma saatlerinin hem sürüş mesafesini hem de çim biçme süresini kapsadığına dikkat çektiği görülmüştür. Öğrencinin, sürüş mesafesini çalışma saatlerinden çıkararak çim biçme süresini hesaplama fikrini ortaya koyduğu ve böylece problemi çok boyutlu olarak ele aldığı belirlenmiştir.

Çözüm sürecine başlamadan önce hangi bilgilerin gerekli olduğunu analiz etmiş, problemde yer alan değişkenleri (çim biçme süresi, kazanç, çalışma saati, kamyon mesafesi) açık bir şekilde ifade etmiş ve bu değişkenler arasında mantıksal ilişkiler kurmuştur. Bu, aşağıdaki iki kesitte de görülebileceği gibi, öğrencinin planlama ve düzenleme becerilerini etkin şekilde kullandığını göstermiştir.

Öğrenci: Aynı zamanda bizim bu çim biçme miktarımız çalışma saatleriyle de bağlantılıdır. Çünkü ne kadar çalışırsak miktarı da o kadar emek çerçevesinde arttıracamız. Fakat aynı zamanda bize burada kamyon sürüş mesafesi gibi ayrı bir değişken daha verilmiş. Ve bütün bu değişkenleri birlikte mesela ele almak ve verimi öyle hesaplamak konusunda birazcık çelişkiye düştüm. Çünkü hem biz burada kamyon sürüş mesafesini hem çim biçme miktarını hem de saatleri düşünürüz. Hepsini birlikte değerlendirmek konusunda.”

Öğrenci: Oranlardan yararlanmak bir yana biz burada en fazla verimli kimlerden alabileceğimizi ölçmek için bir kıyaslama yapacağız ve bu konuda da eşitsizliklerden ayrılabiliriz.”

Model oluşturma sürecinde öğrenci, gerçek yaşamın karmaşıklığını tanımış ve çözüm sürecini sadeleştirmek adına bazı değişkenleri bilinçli olarak göz ardı etmiştir. Örneğin, cinsiyet, yaş gibi değişkenlerin etki etmediğini varsayarak analizi sadeleştirmesi, bilinçli bir üstbilişsel stratejidir. Bu aşamada gerçek hayat ile ilgili verdiği bilgiler (Memleket etkisi gibi) öğrencinin farkındalığının yüksek olduğunu göstermiştir.

Öğrenci: Öncelikle kadın ve erkekler işe başvurmuş ve biz burada emeği eşit kabul edeceğimiz için cinsiyeti yok sayabiliriz. Bunun dışında, çim biçme işinde yaşında bir önemi olmadığı için yaşı da yok sayabiliriz. Aynı zamanda Türkiye'de insanlar memlekete göre çok kayırmalı. Memlekete göre kayırmalar da yapılabiliyor. O yüzden memleketi de yok sayabiliriz.”

Öğrencinin matematiksel ilişkileri ortaya koymada oran-orantı ve eşitsizlik kavramlarını bilinçli şekilde kullandığı anlaşılmıştır. Çalışma saatleri ile çim biçme miktarları arasında doğru orantı kurduğu ve bu sayede verimlilik değerlendirmesi için anlamlı çıkarımlar yaptığı gözlenmiştir. Performanstaki dalgalanmaların karar verme sürecini etkilediğini ifade ettiği ve istikrarın önemine vurgu yaptığı görülmüştür. Örneğin, üç aylık süreçte iyi performans gösteren ancak uzun vadede istikrarsız olan çalışanların işe alınmasının riskli olabileceğini belirtmiştir.

Süreç boyunca çözümünü sürekli olarak sorgulamış, hatalarını fark etmiş ve alternatif çözüm yolları geliştirerek üstbilişsel öz-düzenleme becerisini ortaya koymuştur. Bu izleme ve değerlendirme davranışları, metabilşsel özdüzenleme yeteneğini ortaya koymuştur. Öğrenci çözüm sürecini yeniden yapılandırmış ve oluşturduğu yöntemin başka durumlarda da kullanılabilirliğini değerlendirmiştir. Bu durum, öğrencinin yalnızca mevcut probleme değil, benzer problemlere yönelik de genelleme yapabildiğini göstermiştir. Aşağıdaki kesit bu açıkların örnekleridir.

Öğrenci: Elimizdeki veriler gayet karmaşıktı ama bildiğimiz bir şey var ki bütün veriler arasında bir ilişki vardı ve biz bu ilişkileri kullanarak zaten doğru cevabı bulabilirdik. Yaptığımız bütün bu dört işlem oran orantı ve eşitsizliklerle birlikte genel bir sonucu da elde etmiş olduk.

Son olarak, öğrencinin verilerden elde ettiği analiz sonuçlarını yorumlayarak işe alınacak dört çalışanı belirlediği gözlemlenmiştir. Seçilen çalışanların yüksek performans ve istikrar gösterdiğini ifade ettiği ve bu kararı açıkça gerekçelendirdiği tespit edilmiştir. Bu durum, öğrencinin üstbilişsel planlama, izleme ve değerlendirme süreçlerini başarıyla entegre ederek matematiksel modelleme sürecini etkili biçimde yönettiğine işaret etmiştir. Öğrenci elde ettiği sonuçları gerekçelendirmiş, kararlarını hem matematiksel hem de bağlamsal açıdan savunmuş ve başkalarının anlayabileceği şekilde açık bir biçimde ifade etmiştir. Bu, metabilşsel iletişim becerisinin gelişmiş olduğunu göstermiştir. Özetle, öğrenci üstbilişsel becerilerini etkili bir şekilde kullanmış, problem çözme sürecini sürekli olarak kontrol etmiş, yeniden düzenlemiş ve bilişsel stratejilerini esnek biçimde uyarlamıştır. Bu bulgular, öğrencinin hem bilişsel hem de üstbilişsel düzeyde derinleşmiş yeterlikler sergilediğine işaret etmektedir.

Matematiksel modelleme süreci basamakları ve üstbilişsel eylem bulguları birlikte analiz edildiğinde öğrencinin hangi basamakta hangi üstbilişsel gelişim düzeyinde davranış sergilediği Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3. Modelleme Basamakları ve Üstbilişsel Eylemler

Modelleme Süreci Basamakları	Üstbilişsel Eylemler
Problemi Anlama	Problem çözümüne başlamadan önce gerekli bilgileri analiz etti, değişkenleri belirledi. Kendi cümleleri ile problem tanımladı. (Planlama)
Sadeleştirme	Verileri düzenledi ve sadeleştirdi. Veriler arasında bağlamlar oluşturdu. (Planlama)
Matematikselleştirme	Verileri düzenledi, skor tablosu oluşturdu ve işlevsel bir model kurdu. (Planlama-İzleme)
Matematiksel Olarak İşlem Yapma	Kurduğu model doğrultusunda kontrollü matematiksel işlemler gerçekleştirdi. Her adımda işlemlerini gerekçelendirdi. Çözüm sürecini sık sık kontrol etti, hesaplamalarını gözden geçirdi. (İzleme-değerlendirme)
Yorumlama	Varsayımların geçerliliğini sorguladı, matematiksel sonuçları yorumladı. Alternatif çözüm yolları düşündü. (Değerlendirme)
Doğrulama	Kararlarını açıkça ifade etti, genellemeler yaptı ve güçlü gerekçeler sundu. (Değerlendirme)

Matematiksel modelleme süreci ile öğrencinin üstbilişsel eylemleri birlikte analiz edildiğinde, her bir modelleme basamağında belirli üstbilişsel stratejilerin ön plana çıktığı görülmüştür (Tablo 3). Öğrenci, problemi anlama ve sadeleştirme aşamalarında ağırlıklı olarak planlama becerilerini kullanmış; gerekli bilgileri analiz edip değişkenleri belirleyerek sürece yapı kazandırmıştır. Matematiksel model oluşturma ve işlem yapma aşamalarında ise izleme ve kısmen değerlendirme stratejileri ile çözüm sürecini sürekli gözden geçirmiş, işlemlerini gerekçelendirmiştir. Yorumlama ve doğrulama aşamalarında ise değerlendirme düzeyinde eylemler öne çıkmış; öğrenci varsayımları sorgulamış, alternatif yollar düşünmüş ve kararlarını güçlü gerekçelerle desteklemiştir. Bu bulgular, öğrencinin modelleme süreci boyunca üstbilişsel farkındalık ve kontrol düzeyinin giderek derinleştiğini ortaya koymaktadır.

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu araştırmada öğrencinin matematiksel modelleme sürecine ve üstbilişsel becerilerine yönelik bulgular detaylı biçimde analiz edilmiştir. Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği kapsamında, öğrencinin özellikle problemi anlama ve bağlamsal yorumlama alanlarında yüksek performans sergilediği görülmüştür. Bu durum, öğrencinin gerçek yaşam durumlarını matematiksel modellere dönüştürebilme kapasitesinin gelişmiş olduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, öğrencinin matematiksel model oluşturma sürecinde bazı kavramsal hatalar yaptığı ve varsayımlarının geçerliliği açısından sınırlılıklar olduğu belirlenmiştir. Bu bulgu, öğrencinin matematiksel işlem becerilerinin yeterli olmakla birlikte, model oluşturma ve doğrulama süreçlerinde daha fazla yönlendirme ve kavramsal netliğe ihtiyaç duyduğunu ortaya koymaktadır. Modelleme süreçlerinin çok boyutlu yapısının yalnızca matematiksel işlemleri değil, aynı zamanda mantıksal, bağlamsal ve üstbilişsel düşünmeyi de gerektirdiği bu çalışmayla somut biçimde desteklenmiştir.

Üstbilişsel bulgular ise öğrencinin kendi düşünme süreçlerini izleme, değerlendirme ve yeniden yapılandırma becerilerinin yüksek olduğunu ortaya koymuştur. Özellikle planlama, hata kontrolü, varsayım oluşturma ve karar verme süreçlerinde aktif üstbilişsel stratejiler kullandığı gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencinin modelleme süreci boyunca metabilşsel eylemleri yalnızca destekleyici değil, aynı zamanda yönlendirici bir araç olarak kullandığını göstermektedir.

Üstbilişsel becerilerin, öğrencinin kendi çözüm sürecine eleştirel bir bakış geliştirmesini, hataları fark ederek süreci yeniden yapılandırmasını ve daha esnek çözüm stratejileri üretmesini sağladığı söylenebilir. Schukajlow (2011), üstbilişsel stratejilerin modelleme sürecinin yalnızca belirli aşamalarına yerleştirilemeyeceğini; bu stratejilerin sürecin her aşamasında gerekli olduğunu belirtmiştir (akt. Vorhölter, 2025). Bu çalışmada elde edilen bulgular da, modelleme sürecinin her basamağında ortaya çıkan üstbilişsel eylemlerle bu görüşü doğrulamaktadır. Bulgular, öğrencilerin süreç boyunca sergiledikleri üstbilişsel eylemlerin hem sürecin niteliğini şekillendirdiğini hem de modelleme performansını doğrudan etkilediğini ortaya koymuştur. Bu sonuç, önceki araştırmalarda da vurgulanan (örneğin, English, 2006; Hıdıroğlu & Bukova Güzel, 2015) modelleme ile üstbilişsel stratejiler arasındaki ilişkiyi desteklemektedir.

Bu yönüyle çalışma, üstbilişsel eylemlerin modelleme sürecinde nasıl yapılandığını somut biçimde ortaya koymakta ve öğretimsel tasarımlar için hem kuramsal hem de uygulamalı katkılar sunmaktadır. Elde edilen bulgular, matematiksel modelleme etkinliklerinin yalnızca bilişsel değil, aynı zamanda üstbilişsel gelişimi de desteklediğini ve bu tür etkinliklerin öğretim sürecine entegre edilmesinin öğrenci başarısını artırabileceğini göstermiştir.

Bu çalışmada elde edilen bulgular doğrultusunda, öğrencinin matematiksel modelleme sürecinde güçlü bir bağlamsal anlayışa ve üstbilişsel farkındalığa sahip olduğu görülmüştür. Problemi anlamada ve bağlamsal yorumlamada yüksek düzeyde performans sergileyen öğrenci, modelleme sürecine etkin biçimde katılım sağlamış ve özgün çözüm stratejileri geliştirmiştir. Ancak, model oluşturma ve doğrulama aşamalarında gözlemlenen sınırlılıklar, öğrencilerin bu süreçlerde daha fazla yönlendirme ve destek ihtiyacı olduğunu ortaya koymaktadır. Bu nedenle, öğretmenlerin modelleme sürecine rehberlik edecek şekilde yapılandırılmış soru sormaları, öğrenci düşünme süreçlerine yönelik yönlendirici geribildirimler sunmaları önerilmektedir. Buna karşın, öğrencinin metabilşsel becerilerinin gelişmiş olması, çözüm sürecine sistemli bir yaklaşım sergilemesini sağlamış ve hatalarını fark ederek yeniden yapılandırma yeteneğini ortaya koymuştur.

Sonuç olarak, matematiksel modelleme temelli etkinlikler, öğrencilerin bilişsel ve üstbilişsel gelişimlerine önemli katkılar sağlamaktadır. Çalışma tek bir öğrenci ve modelleme görevi ile sınırlı olsa da, bulgular, öğrencilerin üstbilişsel ve modelleme becerilerini geliştirmek için yansıtıcı günlük tutma, düşünceleri sözlü ifade etme ve problem çözme adımlarını görselleştirme gibi hedefe yönelik üstbilişsel stratejilerin uygulanmasının önemini vurgulamaktadır; bu da öğretim tasarımları ve öğretmen eğitimi için değerli bilgiler sunmaktadır. Çalışma, öğretim tasarımında üstbilişsel stratejilerin modelleme görevlerine açıkça entegre edilmesinin önemini ortaya koymaktadır. Öğretmen eğitim programlarına hem modellemenin hem de üstbilişsel strateji öğretiminin kapsayan içeriklerin dahil edilmesi önerilmektedir. Gelecekte yapılacak araştırmalar, farklı düzeydeki öğrenciler ve çeşitli modelleme görevleri kullanılarak, modelleme ve üstbilişsel süreçler arasındaki etkileşimi daha

derinlemesine anlamaya olanak sağlayabilir ve daha büyük örneklerle yinelenebilirlik çalışmalarını teşvik edebilir.

Açıklama: Bu çalışma, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü'nde Prof. Dr. Esra Bukova Güzel danışmanlığında Münire Şimşeker tarafından yürütülen “Fen Lisesi Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Süreçlerinde Ortaya Çıkan Üstbilişsel Eylemlerdeki Gelişmeler” başlıklı doktora tezinin bir bölümüne dayanmaktadır.

Finansman: Bu çalışma için herhangi bir fon bildirilmemiştir.

Çıkar beyanı: Yazar herhangi bir çıkar çatışması beyan etmemektedir.

Kaynaklar / References

- Akın, A., Abacı, R. ve Çetin, B. (2007). Bilişötesi Farkındalık Envanteri'nin Türkçe formunun geçerlik ve güvenilirlik çalışması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 7(2), 655-680.
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education* (pp. 73–96). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 217–226). Springer.
- Borromeo Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86–95.
- Çavuş Erdem, Z., & Şahin, S. (2023). Matematiksel modelleme etkinlikleri. In E. Bukova Güzel, M. F. Doğan, & A. Özaltun Çelik (Eds.), *Matematiksel modelleme: Teoriden uygulamaya bütünsel bakış* (pp. 43–67). Anı Yayıncılık.
- Çelik, E., & Scale, M. S. R. (2017). Problem çözme sürecinde üstbilişsel özdüzenleme ölçeği (ÜÖÖ): Türkçe formu için geçerlik ve güvenilirlik çalışması. *Psikoloji Çalışmaları*, 37(1), 53-71.
- Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., Van den Heuvel-Panhuizen, M., De Lange, J., & Wijers, M. (2012). Problem solving as a challenge for mathematics education in the Netherlands. *ZDM*, 44(4), 587–601. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0420-0>
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303–323. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9017-y>
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906–911. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906>
- He, G., Lin, H. & Su, A. (2024). Longitudinal and reciprocal links between metacognition, mathematical modeling competencies, and mathematics achievement in grades 7–8: A cross-lagged panel analysis. *Metacognition Learning*, 19, 967–995. <https://doi.org/10.1007/s11409-024-09397-8>
- Hidayat, R., & Ying, S. T. D. (2023). The sub-dimensions of metacognition and their influence on modeling competency. *Humanities and Social Sciences Communications*, 10(1), 1-12. <https://doi.org/10.1057/s41599-023-02290-w>
- Hidroğlu, Ç., & Bukova Güzel, E. (2015). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede ortaya çıkan üst bilişsel yapılar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 6(2), 179-208. <https://doi.org/10.16949/turcomat.00708>
- Hidroğlu, Ç., & Bukova Güzel, E. (2016). Transitions between cognitive and metacognitive activities in mathematical modelling process within a technology enhanced environment. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science & Mathematics Education*, 10(1), 313-350.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA): Education, engineering and economic* (pp. 110–119). Horwood Publishing.
- Kaiser, G., & Brand, S. (2015). Modelling competencies: Past development and further perspectives. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. Salett Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice* (pp. 129–149). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8_10
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302–310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Kaya, G. (2018). *Bütün-parça-bütün öğrenme modelinin farklı matematiksel inançlara sahip ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerine etkisi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2–3), 113–129.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. Jossey-Bass.

- Özsoy, M., & Demircioğlu, H. (2025). Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki üstbilişsel başarısızlıklarının incelenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 64, 2230-2254.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189–215). Lawrence Erlbaum Associates.
- Schraw, G., & Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology*, 19(4), 460–475. <https://doi.org/10.1006/ceps.1994.1033>
- Stillman, G. A. (2004). Strategies employed by upper secondary students for overcoming or exploiting conditions affecting accessibility of applications tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 16(1), 41–71. <https://doi.org/10.1007/BF03217390>
- Stillman, G., Brown, J., & Galbraith, P. (2013). Introduction: A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. In G. A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 1–22). Springer.
- Tekin-Dede, A., & Bukova-Güzel, E. (2013). Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinlikleri ve matematik derslerinde kullanımlarına ilişkin görüşleri. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 2(1), 300-322.
- Tekin-Dede, A., & Bukova-Güzel, E. (2018). A Rubric Development Study for the Assessment of Modeling Skills. *The Mathematics Educator*, 27(2), 33-72.
- Vorhölter, K. (2021). Metacognition in mathematical modeling: the connection between metacognitive individual strategies, metacognitive group strategies and modeling competencies. *Mathematical Thinking and Learning*, 25(3), 317–334. <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.2012740>
- Vorhölter, K. (2025). Metacognitive behaviour when working on modelling problems in small groups. *ZDM–Mathematics Education*, 57(2), 503-517. <https://doi.org/10.1007/s11858-025-01661-8>
- Yin, R. K. (2011). *Qualitative research from start to finish*. Guilford Press.
- Zhang, J., Zhou, Y., Jing, B., Pi, Z., & Ma, H. (2024). Metacognition and mathematical modeling skills: The mediating roles of computational thinking in high school students. *Journal of Intelligence*, 12(6), 55. <https://doi.org/10.3390/jintelligence12060055>

Ek 1. Yeşil Dünya Bahçeleri Etkinliği (English, 2003'den uyarlayan Çavuş Erdem & Şahin, 2023)

Tanıtıcı Makale

Yeşil Dünya Yakında Açılacak



Bursa, Türkiye'nin en yeşil şehirlerinden birisidir. İlkbaharda yağın yağmurlar, güneş ışığı ile birleştiğinde şehrin her tarafında yeşil çimlerle kaplanır. Bursa'da yaşayan ve yeşili çok seven Serkan Bey, şehirde 1 Nisan'da açılacak son peyzaj işletmesi olan Yeşil Dünya Bahçeleri'nin sahibidir. Serkan Bey, çimlere yabancı değil ve İstanbul'da büyük bir peyzaj şirketinde 15 yıl çalıştıktan sonra kendi peyzaj işletmesini kurma kararı almıştır. "Hayatım boyunca dışarıda vakit geçirmekten zevk aldım ve doğayı seviyorum, baharda açan çiçeklerin kokusu ve yeni biçilmiş çimlerin kokusu gibisi yoktur." diyen Serkan Bey peyzaj mimarlığı bölümü mezunudur.

Serkan Bey küçüklüğünden beri çim biçiyor ve yeni işinde eski şirketindeki başarısını yakalayacağını umuyor. İşletmesi için gerekli anlaşmaları yapan Serkan Bey, işindeki başarıyı "Dışarıdaki peyzaj genellikle bir müşterinin bir işletmeye ilişkin ilk izlenimidir, bu nedenle müşteri kapıdan içeri girmeden önce profesyonel, çekici ve bakımlı bir alana sahip olmak çok önemlidir" düşüncesine bağlıyor. Serkan Bey işletmesinde az sayıda personeli ile bahçelerinin düzenli çim bakımı ve yaprak temizleme işlemlerini sonbahar aylarına kadar yapmayı planlıyor. Düzenli çim bakımı önemlidir ve çoğu çim, hava durumuna ve çimin türüne bağlı olarak bir ya da iki haftada bir biçilmektedir. Serkan Bey işletme olarak her boyutta çimle ilgileneceklerini ve ev sahiplerinin bahçelerini güvenle teslim edeceklerini belirtmektedir. Daha fazla bilgi veya ücretsiz bir peyzaj tanıtımı için, Yeşil Dünya Bahçeleri ile iletişime geçin.

Hazırlık Soruları

1. Yeşil Dünya Bahçeleri'nin sahibi kimdir?
2. Yeşil Dünya Bahçeleri müşterilere ne tür hizmetler sağlıyor?
3. Çimlerin ne sıklıkla biçilmesi gerekir?
4. Yeşil Dünya Bahçeleri için en yoğun aylar ne zaman? Neden?

Ek 1'in devamı

Ön Bilgilendirme									
Yeşil Dünya Bahçeleri'nde Serkan Bey, müşterileri için çim biçme hizmeti sağlayacak. Kısa bir süre önce Bursa'da önemli bir peyzaj işletmesi kapandı ve o işletmenin eski müşterileri Yeşil Dünya Bahçeleri ile anlaşmak için Serkan Bey'e kapanan işletmenin eski çalışanlardan 4'ünü işe almasını teklif ettiler. Müşteri toplamak için bu telifi kabul eden Serkan Bey, işe alacağı çalışanları belirlemek için geçen yıl nisan, mayıs ve haziran aylarında yapılan peyzaj işleriyle ilgili bilgi aldı. Eski çalışanlar, çimleri biçmekten ve gübre, yabancı ot öldürücü ve böcek ilacı gibi diğer bahçe ürünlerini satmaktan sorumluydu. Diğer işletme, her çalışanın her ay kaç saat çalıştığını, her çalışanın biçtiği çimlerin sayısını ve diğer ürünleri satarak ne kadar para kazandıklarını kaydetmiştir. Biçilen çimler büyük orta ve küçük olmak üzere üçe ayrılmıştır. Büyük işler, orta veya küçük işlere göre daha büyük çimlere veya ek işlere sahip olabilir. Bazı çimler küçük olabilir, fakat çim biçmenin yanında işin boyutunu belirleyen farklı türlerde kenar düzeltme veya budama yapılması gerekebilir. Kayıtlarda ayrıca her ay müşterilere giden şirket kamyonunun kat edilen kilometresi de yer almaktadır.									
Toplam Çalışma Saati									
Çalışanlar	Nisan	Mayıs	Haziran						
Ceyhun	80	80	80						
Sinem	75	65	70						
Cenk	66	64	63						
Kadir	45	50	55						
Tarık	67	70	79						
Ayşe	65	70	78						
Mahmut	80	79	78						
Jale	40	42	46						
Yalçın	80	75	80						
Kenan	78	76	79						
Kamyon Sürüş Mesafesi (km)									
Çalışanlar	Nisan	Mayıs	Haziran						
Ceyhun	198	200	201						
Sinem	199	201	198						
Cenk	197	19	198						
Kadir	201	203	199						
Tarık	200	199	200						
Ayşe	198	196	195						
Mahmut	200	204	202						
Jale	196	198	197						
Yalçın	201	203	204						
Kenan	195	199	198						
Toplam Çim Biçme Miktarı									
Çalışanlar	Nisan			Mayıs			Haziran		
	Büyük	Orta	Küçük	Büyük	Orta	Küçük	Büyük	Orta	Küçük
Ceyhun	15	12	30	16	14	34	16	15	35
Sinem	18	10	35	19	12	35	14	16	36
Cenk	14	16	22	15	16	22	13	16	22
Kadir	15	13	15	14	13	17	15	12	18
Tarık	20	12	14	22	14	16	20	13	25
Ayşe	16	27	32	14	18	33	15	19	42
Mahmut	32	12	9	30	11	10	30	10	13
Jale	9	22	12	12	15	16	8	10	12
Yalçın	13	34	32	13	33	31	15	35	12
Kenan	12	11	25	11	10	26	13	14	30
Satılan Ürünlerden Elde Edilen Kazanç (tl)				Satılan Ürünlerden Elde Edilen Kazanç (tl)					
Çalışanlar	Büyük	Orta	Küçük	Çalışanlar	Büyük	Orta	Küçük		
Ceyhun	150	175	170	Ayşe	127	153	165		
Sinem	75	80	80	Mahmut	110	115	120		
Cenk	125	150	150	Jale	55	54	60		
Kadir	80	72	65	Yalçın	300	255	275		
Tarık	135	130	125	Kenan	200	250	265		
Problem Durumu									
Serkan Bey'in bu yaz için eski peyzaj işletmesinden hangi dört çalışana işe almak istediğine karar vermesi gerekiyor. Verilen bilgileri kullanarak, Serkan Bey'in dört kişiyi belirlemesine yardımcı olun. Kararınızı verirken kullandığınız yöntemi açıklayan bir mektup yazın, böylece Serkan Bey her yaz yeni çalışanları işe almak için yönteminizi kullanabilsin.									