

Investigation of Patterns in Secondary School Mathematics Textbooks in the Context of Transition from Arithmetic to Algebra

Dilara Elbir^a and Zeynep Medine Özmen^b

^aDamyeri Middle School, Turkish Ministry of Education, Ordu, Turkey (ORCID: 0000-0003-1304-0258)

^bTrabzon University, Fatih Faculty of Education, Trabzon, Turkey (ORCID: 0000-0003-0232-9339)

Article History: Received: 23 May 2023; Accepted: 30 July 2023; Published online: 31 August 2023

Abstract: Algebra can be defined as a mathematical language that has a more abstract structure than arithmetic and it includes variables, symbols, and patterns. Studies show that students face some difficulties in algebra. The transition process from arithmetic to algebra it is thought to be an important reason for the difficulties encountered in the field of algebra, as it acts as a bridge for the development of algebraic thinking. The basis of algebraic thinking is the generalization of patterns. In this context, it is important to provide a meaningful transition process from arithmetic to algebra in textbooks. This study aims to examine the subject of patterns in secondary school mathematics textbooks in the context of the transition from arithmetic to algebra. In this study, the document analysis method, which is one of the qualitative research approaches, was used. The data of the study were obtained by examining the mathematics textbooks recommended by the Ministry of National Education, which are used at the 5th and 7th-grade levels of secondary school in the 2020-2021 academic year. The subject of patterns in the textbooks has been examined in this direction by determining the important situations in the literature about pattern generalization. The results of the research show that the only solution method is generally included in the pattern generalization in the textbooks and the students are not allowed to find different strategies while reaching the general rule, and the examples for decreasing patterns are quite limited. It is suggested that more than one solution method should be included in the activities related to the pattern topic, different pattern examples such as decreasing, shape, and number should be included, as examples that could guide students to find different strategies and create a discussion environment should be included.

Keywords: Pattern, Generalization, Transition to algebra, Textbook

Öz: Cebir, aritmetikten daha soyut bir yapıya sahip olan, değişkenler, semboller ve örüntüler içeren matematiksel bir dil olarak tanımlanabilmektedir. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin cebirde birtakım zorluklarla karşılaştıkları belirtilmektedir. Aritmetikten cebire geçiş süreci, cebirsel düşünmenin gelişimi için bir köprü görevi gördüğünden dolayı cebir alanında karşılaşılan zorlukların önemli bir sebebi olduğu düşünülmektedir. Cebirsel düşünmenin temelinde ise örüntüleri genelleme yer almaktadır. Bu bağlamda ders kitaplarında aritmetikten cebire geçiş sürecinin anlamlı bir şekilde sağlanması önemli olmaktadır. Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik ders kitaplarındaki örüntüler konusunu aritmetikten cebire geçiş bağlamında incelemektir. Bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan doküman incelemesi yöntemi kullanılmıştır. Bu çalışmanın verileri, 2020-2021 eğitim öğretim yılında ortaokul 5. ve 7. sınıf seviyelerinde kullanılan MEB tarafından önerilen matematik ders kitapları incelenerek elde edilmiştir. Ders kitaplarında yer alan örüntüler konusu, örüntü genelleme ile ilgili literatürde önemi işaret edilen durumlar belirlenerek bu doğrultuda incelenmiştir. Araştırma sonuçları, ders kitaplarında örüntü genellemede genellikle tek çözüm yöntemine yer verildiğini ve genel kurala ulaşırken öğrencilere farklı stratejiler bulma fırsatı verilmediğini, azalan örüntülere yönelik örneklerin oldukça sınırlı olduğunu göstermektedir. Örüntü konusuna yönelik etkinliklerde birden fazla çözüm yöntemine yer verilmesi, azalan, şekil, sayı gibi farklı örüntü örneklerine yer verilmesi, öğrencileri farklı stratejiler bulmaya ve tartışma ortamı oluşturmaya yönlendirebilecek örneklerle yer verilmesi gerektiği önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Örüntü, Genelleme, Cebire geçiş, Ders kitabı

[Türkçe sürüm için tıklayınız](#)

1. Introduction

In solving the problems we encounter in our daily lives, we use our knowledge of algebra as well as our arithmetic knowledge. Arithmetic includes reaching unknowns using knowns and calculating existing relationships between numbers using four operations (Akkan, 2009). With the generalization of the relations between numbers in arithmetic, algebra comes to the fore (Vance, 1998). In this sense, it is stated that arithmetic forms the infrastructure of algebra (Akkan, Akkan, Öztürk & Küçük-Demir, 2019), therefore, it is necessary to pay attention to the relationship between concepts while teaching arithmetic and algebra (Akkan, Akkan &

Corresponding Author: Dilara Elbir  email: dilara_elbir19@trabzon.edu.tr

Citation Information: Elbir, D. & Özmen, Z. M. Ö. (2023). Investigation of patterns in secondary school mathematics textbooks in the context of transition from arithmetic to algebra. *Turkish Journal of Mathematics Education*, 4(2), 1-26.

Güven, 2017). It is stated that this relationship between arithmetic and algebra is as important as the differences between the two fields due to their nature (Akkan, Baki & Çakıroğlu, 2011). For this reason, it is stated that students encounter various difficulties during the transition from arithmetic to algebra and during the development of algebraic concepts (Akkan, 2009; Akkaya & Durmuş, 2015; Baki & Çakıroğlu, 2012; Kieran, 2007; Uzun, 2021; Yıldız, Koza-Çiftçi, Şengil-Akar & Sezer, 2015). Akkan (2009) states that the connection between arithmetic and algebraic knowledge could not be established, and therefore algebraic thinking could not be developed adequately. It is stated that the majority of the difficulties encountered in the transition to algebra are the use of symbols, problem-solving, the meaning of letters, and generalization components (Akkan, 2009; Uzun, 2021; Van Amerom, 2002). When these difficulties are examined, it is seen that revealing patterns and generalizing using arithmetic operations, and performing operations using unknown quantities are associated with algebraic thinking (Akkan, 2016). It is important for algebraic thinking that the concepts discussed in the transition from arithmetic to algebra can be developed adequately, and it is also stated that the generalization of patterns forms the basis of the development of algebraic thinking (Akkan & Baki, 2016; Kieran, 2018; Türkoğlu, 2017). It is also mentioned that generalizing patterns can act as a bridge in the transition from arithmetic to algebra (Akkan & Baki, 2016). It is mentioned that in the transition process from arithmetic to algebra, generalizing both the natural number system and patterns helps the development of abstract thoughts in students, therefore, students should be able to reveal the relationships between the specified number situations in this transition process and progress gradually towards generalization (Akkan & Baki, 2016). Therefore, the pattern generalization process must be gradual for students in the 5th and 7th grades who deal with pattern generalization gains.

When studies on patterns are examined, studies on students' success in pattern generalization, what kind of strategy they use in the pattern generalization process, the difficulties experienced by students while generalizing, and the reasons for their mistakes (Akkan, Akkan & Öztürk, 2017; Akkan & Çakıroğlu, 2012; Gürbüz & Toprak, 2014; La Rochelle et al., 2019; Özel, 2019; Türkoğlu, 2017; Walkoe, 2014). When these studies are examined, it is stated that it should be addressed by emphasizing the subject of patterns and the relationship between two quantities that change depending on each other, in other words, functional thinking, starting from the early grade levels (Türkmen & Tanışlı, 2019). This is because students should be able to express the relationship between the number of terms in the pattern and the value of the term with their sentences (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Özdemir, Dikici & Kültür, 2014), then they should be able to generalize the relationship found. Yeşildere and Akkoç (2010) state that students are more successful in expressing the relationship in the pattern verbally than in stating the relationship algebraically. While verbally expressing the relationship in the pattern is sufficient for the achievements in the 5th grade, it is important to determine the relationship algebraically in the 7th-grade acquisitions. Markworth (2010) states that expressing the relationships in the pattern is a difficult skill, therefore, shortening the rule expressed in everyday language in a semi-symbolic way makes it easier for students to express it. In addition, students were able to determine the next term by examining the relationship between consecutive numbers, which is expressed as an iterative strategy (Akkan et al., 2017; Akkan & Çakıroğlu, 2012; Mouhayar & Jurdak, 2014; Yeşildere & Akkoç, 2010), however, it is stated that they are insufficient to express the rule of these patterns algebraically. Similarly, Chua and Hoyles (2014) state that one of the main difficulties students experience in the pattern generalization process is the transition from repetitive patterns to finding the relationship between the term and the number of terms. Chua and Hoyles (2014) state that students should be guided to find a further step in finding the general rule of the pattern.

It is stated that transforming number and shape patterns into tables in pattern activities enables students to understand the relationships in the pattern more easily (Kaput, 2018; Palabıyık & Akkuş-İspir, 2011; Rivera & Becker, 2011). In addition, it is recommended to ensure the formation of algebra knowledge by using different representations and strategies in pattern generalization during the transition to algebra (Palabıyık & Akkuş-İspir, 2011). In addition to different representations and strategies, it is stated that the process of creating a rule focusing on the given situation, called contextual strategy, is frequently used in studies (Akkan & Çakıroğlu, 2012). However, the contextual strategy is not recommended as it does not prompt the student to think or generalize. According to NCTM (2000), expected behaviors related to pattern generalization are expressed as students' ability to reach generalization mainly by continuing the shape and number patterns, representing the patterns in different ways such as turning them into tables and graphs, and comparing the achieved relationships using different representations. When the studies in the literature are examined, it is stated that the inclusion of reasoning studies on shape patterns in the pattern generalization process will help to discover the relationships in the pattern (Markworth, 2010; Rivera & Becker, 2008). Geraniou and Mavrikis (2015) state that students' modeling of shape patterns in the pattern generalization process reveals the relationships in the pattern and conceptualizes the generalization process.

It is underlined that relations in numerical and geometric patterns can be used as a tool in algebraic thinking with the help of verbal expressions, tables, graphics, and symbolic representations (Eroğlu, 2021). However, Eroğlu (2021) reveals that the subject of patterns is not qualified to support students' algebraic thinking both in

the mathematics curriculum and in the mathematics textbooks. The development of functional thinking is provided by generalizing the patterns, therefore the development of algebraic thinking gains importance (Guvendiren, 2019). In this context, it is stated that the generalization of patterns is the focus of studies on algebraic thinking (Türkoğlu, 2017). It is necessary to support students' algebraic thinking by enabling them to discover patterns (Türkoğlu, 2017), teachers need to find different ways to create a classroom environment that will contribute to the development of algebraic thinking (Blanton & Kaput, 2004), and it is necessary to be careful in the use of letters in generalizing patterns (Guvendiren, 2019). recommended in studies. One of the basic tools commonly used by teachers and students during the lesson is textbooks (Dede & Arslan, 2019; Fan, Zhu & Miao, 2013). Textbooks are frequently preferred in courses containing abstract concepts such as mathematics, as they provide the content of the course sequentially and regularly, and for this reason, it becomes important (Dede & Arslan, 2019). However, there is a need for the examination and evaluation of textbooks to create an efficient teaching environment. Studies show that the books used in mathematics lessons shape the teaching process more than other lessons (Fan et al., 2013). Therefore, when the studies on algebra are examined, it is thought that besides the factors that affect the success of the students, the analysis of the textbooks may affect the determination of the situations that the students have trouble with and the reduction of the limitations experienced in teaching (Smith III, Males, Dietiker, Lee & Moiser, 2013).

In order to prevent the problems that may be encountered in the transition from arithmetic to algebra, the importance of reflecting the arithmetic and algebra field into curricula and textbooks after evaluating them together is emphasized (Yıldırım, 2019). In addition, Dede and Arslan (2019) suggest that research that requires examining the content of both basic and secondary school textbooks should be done. On the other hand, Şahin and Başgöl (2019) drew attention to the limitations in the literature by stating that all learning areas are considered together instead of examining one learning area in studies on textbooks. For this reason, it is considered important to examine the textbooks in the direction of learning areas in the studies to be carried out. As the generalization of patterns has an important place in the transition to algebra and in the development of algebraic thinking, there is a need to examine the activities that involve generalizing patterns in the textbooks in this context. When the literature is examined, it has been determined that the textbook analysis on the subject of patterns is limited in number. In this context, in this study, it is aimed to examine the activities of secondary school mathematics textbooks to generalize about patterns within the context of the transition from arithmetic to algebra.

2. Method

In this study, the document analysis method was used within the scope of the qualitative research approach. Document analysis is a method that systematically evaluates the content of all documents such as written, printed, and electronic documents (Wachve Ward, 2013). Since the textbooks are also included in the written document, the document analysis method is used. The data of this research consists of the examinations made in the 5th grade (Ministry of National Education Publications) and 7th grade (Ministry of National Education Publications) textbooks recommended by the Ministry of National Education [MEB] to be taught in secondary schools in the 2020-2021 academic year. Since the subject of patterns is handled at the 5th and 7th-grade levels in the mathematics curriculum, 5th and 7th-grade textbooks were examined. At the 5th grade level "M.5.1.1.3. The rule creates the desired steps of the given number and shape patterns", at the 7th-grade level "M.7.2.1.3. Expresses the rule of number patterns with a letter, finds the desired step of the pattern whose rule is expressed with a letter" and educational activities for these gains are examined in the textbooks. In the literature, the studies on both the transition to algebra and the generalization of patterns were examined, and the behaviors that were stated as important in the transition from arithmetic to algebra were determined and explained with examples.

2.1. Data Collection Tools

The activities related to pattern generalization in mathematics textbooks were analyzed within the scope of the aspect created for pattern generalization, which is one of the components of the transition process from arithmetic to algebra. Before these analyses, the aspect related to the generalization of the patterns were determined (Table 1) and the textbooks were analyzed in this context.

2.2. Data

The 5th and 7th grade mathematics textbooks examined in the research were analyzed together with the descriptive analysis method. Since it is used within the scope of content analysis of textbooks, the analysis process is carried out in four stages. The analysis process consists of "selecting a sample from the data used for analysis", which is the stage of selecting a sample from the data set at hand, "development of categories", which is the stage of creating categories and themes based on the literature, "detection of analysis units", which is the stage of choosing the analysis method, and quantification of the obtained data. progresses in the form of "digitization" (Bailey, 1994). In this study, the subject of pattern generalization in the textbooks was chosen as a

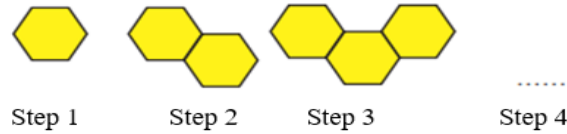
sample. At the same time, by scanning the literature, the behaviors and aspect belonging to the pattern generalization component in the transition from arithmetic to algebra were determined and categories were developed. The examples in the exemplary descriptions of the indicators were obtained from the textbooks examined in the study. These aspect are shown in Table 1.

Table 1. Behaviors stated as important in the transition from arithmetic to algebra about 5th and 7th-grade patterns

Grade Level	Aspects	Example Explanations
-------------	---------	----------------------

5. and 7. grade

Include examples that enable students to express the relationship between the number of terms and the value of the term with their sentences (Türkmen & Tanışlı, 2019)



Step (Number of Hexagons)	Total Number of Edges	Relationship Between Number of Steps and Number of Edges
1	6	$5 \cdot 1 + 1$
2	11	$5 \cdot 2 + 1$
3	16	$5 \cdot 3 + 1$
4	21	$5 \cdot 4 + 1$
5	26	$5 \cdot 5 + 1$
.....

What do you think about the relationship between the figure pattern given above and the number of steps?

How can we find how many squares will be in step 8? Express it in your own words.

Examples containing questions in the form of are within this scope.

5. and 7. grade

Include examples using different representations to realize the general rule of the pattern (Akkan et al., 2017; NCTM, 2000)



The first three steps of a shape pattern with constant numbers of triangles and quadrilaterals are given above.

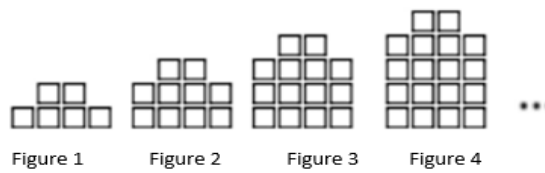
- a) Let's draw the 4th step of the given pattern.
- b) Let's draw a table showing the relationship between the number of steps and the number of quadrilaterals and triangles. Let's determine the number patterns that give the figure numbers.
- c) Let's find the number of quadrilateral and triangles that will be formed in the sixth step of the figure pattern.
- d) Let's find the total number of shapes formed in the first four steps.

Table: Total Number of Shapes Formed in the Steps of the Shape Pattern

Number of Steps	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4
Number of Quadrilaterals	1	2	3	4
Number of Triangles	3	5	7	9
Total Number of Figures	$1 + 3 = 4$	$2 + 5 = 7$	$3 + 7 = 10$	$4 + 9 = 13$

It is possible to show the number of both triangles and quadrilaterals separately in the table and find a relationship between the two. Or, comments can be made about the continuation of the pattern from the total number of shapes. Thanks to both tables and figures, comments can be made about the pattern.

Table 1 continued



5. and 7. grade Giving examples of generalizing the pattern with the help of more than one way/strategy (Akkan et al., 2017)

A figure pattern consisting of similar squares is given above. According to this:
 a) Find the number of squares in figure 5.
 b) Find the number of squares in figure 10.
 c) Find the number of squares in figure 40.
 d) Expressing the rule of the pattern in writing, n . Write a letter expression for the number of squares in the figure and explain it.

In this question, the box numbers in the figures can be written and converted into a number pattern.
 $6 - 10 - 14 - 18 \dots$ progressively increasing by four. The pattern rule can also be reached through images. When the figures are examined, it is seen that the 2 boxes are always fixed at the top, and the number of boxes in the lower rows is always four times the number of steps. (The generalization option with the letter n can only be in the 7th grade. The rule at the 5th grade level can be expressed verbally. The rule found on the figure can be both at the 5th and 7th grade levels.)
 It may be better to include two or more solutions to this problem.

7. grade Including possible mistakes and misconceptions in the generalization process and giving examples of asking critical questions (Özdemir et al., 2014; Kılıç, 2019)

While finding the rule of the pattern that continues as 4-8-12-16... at the 7th-grade level, it is a misconception that the student finds the difference between two terms as 4 and expresses the rule as $n+4$. In the course book, the pattern's own rule 4. n and $n+4$ should be shown comparatively, and it should be emphasized what the letter n represents.

7. grade Include examples to find the relationship between the number of terms in the pattern and the value of the term (Özdemir et al., 2014; NCTM, 2000)

Number of Steps	Number of Matchsticks Used	The Relationship Between the Number of Steps and the Number of Matchsticks
1	2	1·2
2	4	2·2
3	6	3·2
4	8	4·2
.....
n		$n \cdot 2$

The general rule of this pattern is $2 \cdot n$

Finding the linear relationship between the dependent variable and the independent variable (Obvious (Functional) strategy)

Table 1 continued

7.	Include examples that include problem-solving with the rule created depending on the content (Contextual) (Akkan et al., 2017; Akkan & Çakıroğlu, 2012)	Rule memorization logic. In the pattern given in the question, multiplying the difference between the two terms by n, checking the first term for n=1...
		Let's express the rule of the number pattern 22, 17, 12, 7, 2, ... with a letter. Let's find the number in the 20th term of the number pattern. The numbers in the number pattern continue by decreasing by five. It is written first as $-5.n$, with the number of terms being n. However, when 1 is substituted for n to find the number in the first term of the number pattern, the value of $-5.n$ is $-5.1 = -5$. Since the number in the first term is 22, 27 must be added to the $-5.n$ expression. So the rule of the number pattern is written as $-5n+27$.

The activities related to generalizing the patterns in the mathematics textbooks were analyzed in the context of the aspect related to the generalization of the patterns, digitized, and turned into tables. In the book, if an activity includes more than one indicator, it is covered under both aspect. An example analysis is given below along with Figure 1.

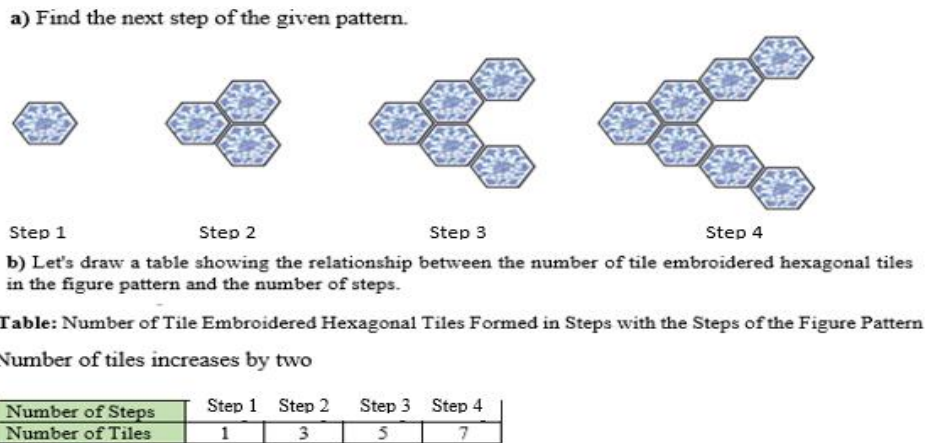


Figure 1. An example of using different representations to arrive at the rule of the pattern

Figure 1 shows an example taken from the 5th grade book. In the figure pattern given in this example, after asking for figure drawing in option a, the number of tiles in each step in option b was converted into a table and tried to reach the rule of the pattern through the number pattern.

Therefore, this example is included in the indicator "Include examples that use different representations to realize the general rule of the pattern". The examples in the book were analyzed in this way.

3. Results

In this section, the findings obtained from the examination of the pattern generalization activities in the textbooks recommended to be taught in secondary schools in the 2020-2021 academic year by the Ministry of National Education in the context of the transition from arithmetic to algebra are presented.

3.1. Results Concerning Examples of Patterns in Textbooks

Distribution of examples in 5th and 7th grade mathematics textbooks according to aspects is presented in Table 2.

Table 2. Distribution of examples in 5th and 7th grade mathematics textbooks according to aspects

Aspects	5. grade		7. grade	
	f	%	f	%
Include examples that enable students to express the relationship between the number of terms and the value of the term with their sentences	1	11.1	1	9.1
Include examples using different representations to realize the general rule of the pattern	8	88.8	6	54.4
Giving examples of generalizing the pattern with the help of more than one way/strategy	-	-	-	-
Including possible mistakes and misconceptions in the generalization process and giving examples of asking critical questions			-	-
Include examples to find the relationship between the number of terms in the pattern and the value of the term			2	18.1
Include examples that include problem-solving with the rule created depending on the content (Contextual)			2	18.1

* The indicated percentages were found by the ratio of the samples containing the indicator to all samples.

When Table 2 is examined, the indicator "Include examples using different representations to make you realize the general rule of the pattern", which is one of the common aspect of the examples of the subject of patterns in textbooks, is the most common with 88.8% in the 5th-grade textbook and 54.4% in the 7th-grade textbook. appears to be an indication. Among the common aspect, it is seen that the least common indicator with 11.1% in the 5th grade and 9.1% in the 7th grade is "Ensuring the students express the relationship between the number of terms and the value of the term in their sentences". Likewise, when the ratios are taken into account, it is seen that the ratio of this indicator is lower in the examples of the 5th-grade textbook. It is noteworthy that the textbooks do not include examples of the aspect "Generalizing the pattern with the help of more than one way/strategy" and "Possible mistakes in the generalization process, asking critical questions by including misconceptions". Among the aspect belonging to the 7th-grade level, "Find the relationship between the number of terms in the pattern and the value of the term" and "Problem-solving with the rule created depending on the content" are considered at the same rate with 18.1%.

3.1.1. Enabling Students to Express the Relationship Between the Number of Terms and the Value of the Term in Their Own Sentences

An example situation from the 7th grade textbook regarding the indicator of enabling students to express the relationship between the number of terms and the value of the term with their own sentences is given in Figure 2 below.

Number of Steps	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4	Step 5	Step ...	Step n
Number of Pens Used	3	5	7
Relationship Between Number of Steps and Number of Items	$2 \cdot 1 + 1$	$2 \cdot 2 + 1$	$2 \cdot 3 + 1$

- What is the increase in the number of items used in each step? Examine the above pattern and find the relationship between the steps and the number of pencils.
- If n represents the number of steps, write the general expression that gives the number of items used in the n steps of this pattern.
- What is the relationship between the coefficients of n in the general expression and the amount of increase in the number of items?

Figure 2.7. Example of tabulating the patterns in the classroom textbook, then finding the relationship between the number of steps and the number of terms, expressing themselves with critical questions.

When Figure 2 is examined, it is aimed to draw attention to the relationship between the number of pencils and the number of steps by showing the number of steps in color in the table. After a certain number of steps are continued, in the last step, the number of steps is expressed with the variable n , and it is desired to express the relationship between n and the amount of increase. Therefore, this example also includes the aspect of "Making students express the relationship between the number of terms and the value of the term with their own sentences" and "Find the relationship between the number of terms in the pattern and the value of the term". At the same time, the question is asked to convert the relationship between the number of pencils and the number of steps into a table based on the shape pattern consisting of pencils. Since it is desired to express the shape pattern using a table in the content of the question, this question also includes the indicator of "Using different representations to realize the general rule of the pattern". Since the question aims to generalize the rule of the pattern, it is thought that including the variable n is important for the development of the transition process from arithmetic to algebra.

3.1.2. Using Different Representations to Recognize the General Rule of the Pattern

An example of the 5th grade textbook with an indication of using different representations to recognize the general rule of the pattern is shown in Figure 3 below. Examples of the 7th grade textbook containing this indicator are given in Figure 4.

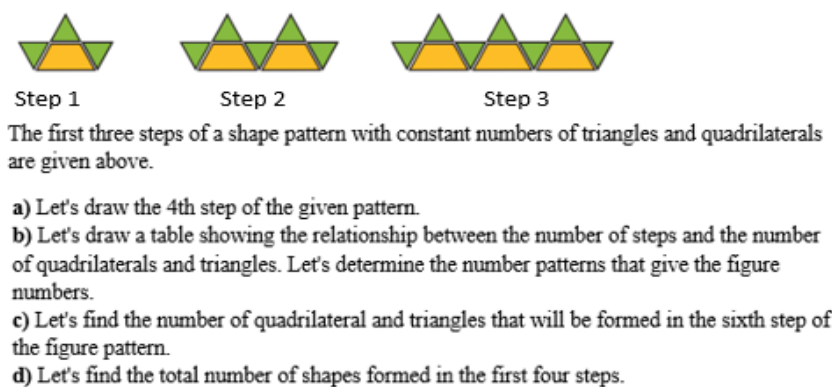


Figure 3. An example of finding the amount of increase by converting shape patterns into number patterns and tables in the 5th grade textbook.

In the example given in Figure 3, it is desired to continue the shape pattern for a few more steps, rather than transforming the shape pattern into a number pattern first of all. It is thought that by continuing the shape pattern, the relationships between triangles and quadrilaterals are visually noticed from a different perspective. In the next step, it is expected that the relationship between the quadrilateral and the number of triangles will be arranged by creating a table. Therefore, there are stages for converting from a figure pattern to both a number pattern and a table. Therefore, this example is accepted as an indicator of "Using different representations to realize the general rule of the pattern". It is thought that enabling students to interpret the relationships found in different ways in the generalization process will improve functional thinking, therefore it is expected that it will be beneficial for the transition to algebra.

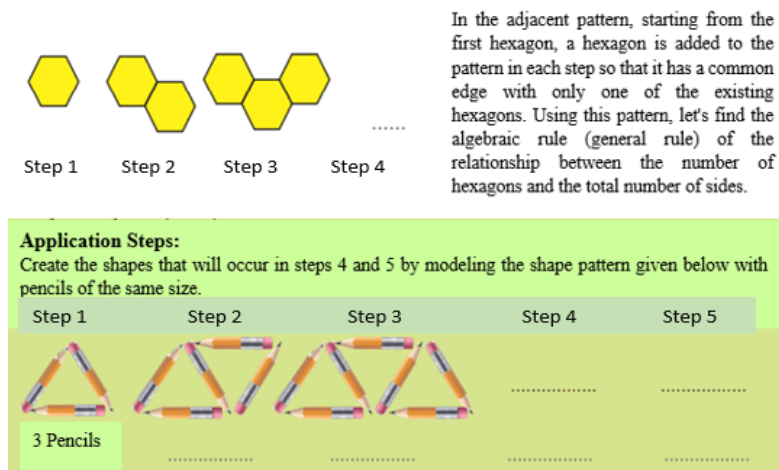


Figure 4. Examples of relationships between shapes in 7th grade textbook shape patterns

When Figure 4 is examined, it is seen that the examples are given as shape patterns and the shape pattern is expected to continue in the next step. It is seen that the students are directed to find rules by creating a number pattern based on the shape pattern. For this reason, it is accepted that the examples included include the indicator "Using different representations to realize the general rule of the pattern". Considering the 7th grade level, it is noticed that the examples of the generalization process are close to the 5th grade level and based on memorization.

3.1.3. Finding the Future Term by Adding the Difference Between Two Consecutive Terms to the Last Term

An example from the 5th grade textbook on finding the next term by adding the difference between two consecutive terms to the last term is given in Figure 5 below.

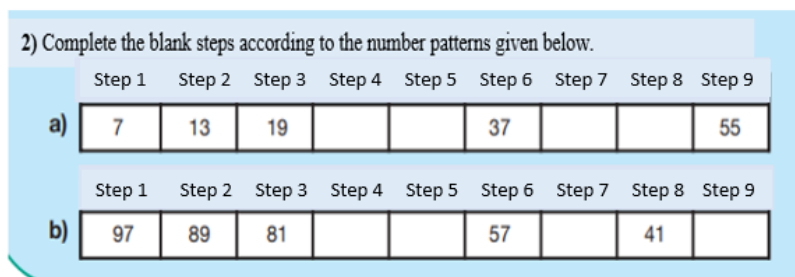


Figure 5. Example of finding the next term by adding the difference between the two terms to the last term in the 5th grade textbook

In the example given in Figure 5, a number pattern is given and it is requested to find the values of the steps left blank. Here you can find steps that are left blank after the amount of increase and decrease is found. Therefore, this example is accepted as an indicator of "Find the next term by adding the difference between two consecutive terms to the last term".

3.1.4. Finding the Relationship Between the Number of Terms in the Pattern and the Value of the Term

An example of the 7th grade textbook on the indicator of finding the relationship between the number of terms in the pattern and the value of the term is given in Figure 6.

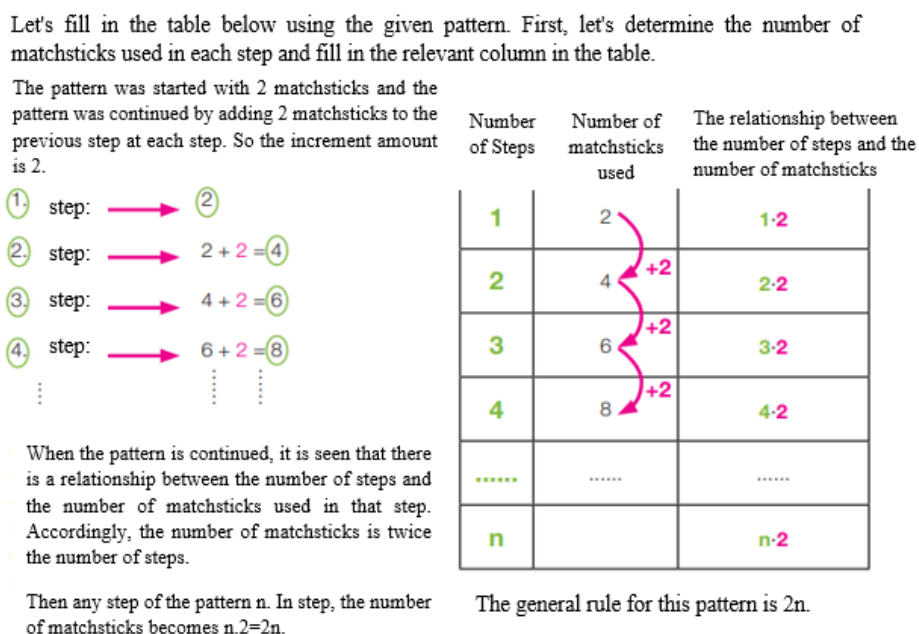


Figure 6.7th textbook, tabulating the patterns, then finding the relationship between the number of steps and the number of terms, and the students being able to express themselves with critical questions.

When Figure 6 is examined, a table containing the relationship between the number of matchsticks and the number of steps is given. It is clearly stated in the table that the number of "2", which is multiplied by the number of steps, belongs to the amount of increase, so that students can easily see the relationship between the number of steps and the number of matchsticks. Finally, generalization is reached by representing the number of

steps with the letter n . Since it is an example that includes showing the relationship between the amount of increase and the number of steps on the table, it is accepted that this example includes the indicator "Find the relationship between the number of terms and the value of the term". At the same time, it is thought that this example gives the opportunity to examine the relations between numbers and may contribute to the development of functional thinking.

3.1.5. Problem Solving with Contextual Rule

An example of the 7th grade textbook, which includes the rule and problem solving indicator created depending on the content, is given in Figure 7.

Let's express the rule of the number pattern 22, 17, 12, 7, 2, ... with a letter. Let's find the number in the 20th term of the number pattern.

The numbers in the number pattern continue by decreasing by five. It is written first as $-5.n$, with the number of terms being n . However, when 1 is substituted for n to find the number in the first term of the number pattern, the value of $-5.n$ is $-5.1 = -5$. Since the number in the first term is 22, 27 must be added to the $-5.n$ expression. So the rule of the number pattern is written as $-5n+27$.

Figure 7.7. Example using memorization logic while finding the general rule of the pattern in the classroom textbook

When the example in Figure 7 is examined, it is seen that while the general rule of the pattern is found, first the amount of increase or decrease must be found and multiplied by the number of steps (n), and the correctness of the rule must be ensured for $n=1$. In this method, the amount of increase or decrease belonging to the pattern given in the question is multiplied by the number of steps, and students are brought to the general rule with a rote method. Since it is an example that does not allow examining the relationships between numbers and that emphasizes memorization, this example is accepted as an indicator of "Problem-solving with the rule created depending on the content". For this reason, it is thought that this example may adversely affect the development of functional thinking in the generalization process, as well as the transition to algebra.

4. Conclusion and Discussion

When the findings of the study are examined, there are activities in the fifth-grade textbook, which mainly include shape patterns, to find the next term by using the difference between consecutive terms, to examples that include generalizing by converting the shape pattern to a number pattern to find the pattern rule and also to form the pattern in tabular form and determine the amount of increase. Considering the mathematics curriculum, it is expected that these examples should be included in the textbooks. In these examples, it is noteworthy that the figure pattern has been transformed into a number pattern so that the relationships in the figure patterns can be seen. It is thought that this situation will limit students' development of different perspectives and will lead students to form number patterns predominantly. However, Mouhayar and Jurdak (2014) revealed that in the process of generalizing the patterns, the students left the relationships reached through the figure in the background and they adopted forming a number pattern. Similarly, Rivera and Becker (2011) stated that students tend to transform the shape pattern into a number pattern. On the other hand, Barbosa and Vale (2015) state that generalization by examining shape patterns strengthens the relations between objects and concepts, and makes symbols and expressions easier to understand. In other words, it is stated that reaching different relationships through the shape pattern without transforming the shape patterns into number patterns will enable the symbols used in functional thinking and generalization to be comprehended. It is thought that expressing the relationships established with functional thinking with symbols will facilitate the transition to algebra. Therefore, it is thought that it is necessary to focus on examples examining shape patterns in textbooks. It is stated that it is important to include different types of patterns in addition to examining the shape patterns (Rivera & Becker, 2011). When the textbooks are examined, it is seen that the decreasing pattern examples are handled in a limited number. It is thought that including only increasing pattern activities in the textbooks may limit the functional thinking skills of the students in the generalization process. In this sense, it is thought that the inclusion of different types of patterns in textbooks will positively affect the development of students' functional thinking skills. Since functional thinking constitutes the essence of algebra (Akkan, 2009), it is predicted that it will also significantly affect the transition process of students to algebra. On the shape patterns given in the seventh-grade textbooks, attention is drawn to the change and the relationship between the shapes. It is concluded that the explanation of relationships with colors and visuals is more understandable and exploratory for students. On the other hand, it is seen that the examples are similar to each other and do not differ. It is thought that this situation will lead students to memorize the question type and solution. In addition, there are no activities for producing more than

one solution in pattern activities in both 5th and 7th-grade textbooks. On the other hand, Doğan-Temur and Turgut (2020) state that students should develop different strategies for pattern generalization in their study. It is thought that the use of different generalization strategies will improve students' functional thinking skills. Therefore, it is determined that students' developing different perspectives towards generalization and functional thinking remain in the background. However, studies have suggested that students' functional thinking should contribute to the development by including more than one solution method in patterns and activities (Kieran, 2018; Rivera & Becker, 2011; Türkmen & Tanışlı, 2019; Türkoğlu & Cihangir, 2017). In this sense, it is thought that the patterns in the textbooks should be generalized with more than one solution strategy.

When we look at the examples given in the 5th-grade textbook, it is seen that the examples for finding the next term (recursive strategy) by adding the difference between the consecutive terms to the next term are emphasized. Considering the 5th-grade achievements in the mathematics curriculum, it is stated that it should be limited to the patterns whose difference between the steps is constant (MEB, 2018). Therefore, it is expected that this situation will be dealt with in the examples given. In the figure patterns in the examples, it is generally requested that the next step be continued by the students first. In these examples, addition or subtraction can be made in the next way according to the addition or subtraction performed on the figures, and it is stated that this situation is also included in the iterative strategies (Tanışlı & Özdaş, 2009). However, iterative strategies require thinking at a lower level than functional strategies (Özdemir et al., 2014). On the other hand, Tanışlı and Türkmen (2019) state that 5th-grade students can express functional relationships in patterns using variables. In this sense, Türkmen and Tanışlı (2019) stated that skills related to finding functional relationships at the 5th-grade level can be developed in the pre-algebra period and that teaching tools should be increased and developed. Therefore, to improve the transition process to algebra, it is necessary to include examples that will develop functional thinking in shape patterns. In some of the examples given, it is requested to convert the shape patterns into numbers and tables. Palabıyık and Akkuş-İspir (2011) state that students' transforming both number patterns and shape patterns into tables makes it easier for some students to find the relationships in the pattern. However, Tanışlı and Özdaş (2009) and Lan Ma (2007) reveal that students reach generalizations more easily in shape patterns than in number patterns. Similarly, Kocamaz and İkkardeş (2021) state that 7th-grade students are mostly successful in shape patterns. In addition, Rivera and Becker (2011) state that these examples are needed for students to find visual strategies in patterns containing morphological transformations. On the other hand, Özdemir et al. (2014) reveal that students do not prefer to include visual strategies in finding a pattern rule and focus on establishing numerical relationships. In this sense, it is thought that students need both to use visual strategies on shape patterns and activities that include numerical relations. Therefore, it is necessary to diversify the pattern examples in the textbooks.

When we look at the examples given in the 7th-grade textbook, it is seen that finding the pattern rule is generally carried out together with the memorization approach. Therefore, this book focuses on problem-solving (Akkan et al., 2017; Akkan & Çakıroğlu, 2012) with the rule created depending on the content, which is mentioned as a contextual strategy. However, due to this strategy, it has been determined that the examples in the book are in a way that may cause memorization by repeating some operational steps rather than functional thinking of the students. However, it is stated that students should be guided to establish the relationship between the number of terms in the pattern and the value of the term (Özdemir et al., 2014). Özdemir et al. (2014) state that in this method called functional strategy, functional thinking takes place at a higher level. Kieran (2017) mentions that the study of inter-quantitative relations has become the focus of algebraic thinking by developing functional thinking. However, Pang and Sunwoo (2022), the development of functional thinking with patterns; has been collected under four headings as dealing with relationships from daily life examples, including different types of patterns, interpreting the relationships in the pattern in different ways, and representing the established relationships with symbols. In this direction, when the examples in the textbooks were arranged, it was determined that the students were more successful in establishing relationships between varying quantities. In addition, Akkan and Çakıroğlu (2012) suggested that teachers should attach importance to different pattern generalization strategies to strengthen the foundations of the transition process to algebra and that students should especially understand the functional (definitive) strategy logic.

When the 7th-grade textbooks were examined, it was determined that the most common indicator among the examples was using different representations to make the general rule of the pattern noticed. When these examples are examined, it is seen that the figure patterns given in the 5th grade are either transformed into a number pattern or a table (Figure 2). Considering the research, it is frequently mentioned that shape patterns are transformed into number patterns (Becker & Rivera, 2006). Although it is stated in the literature that the use of tables makes it easier for students to see relationships (Palabıyık & Akkuş-İspir, 2011), some studies state that working on shape patterns is more beneficial in finding relationships (Lan Ma, 2007; Tanışlı & Özdaş, 2009). In addition, Özdemir (2021) states that students have more difficulty in finding the relationships between the terms given in the table and the number of terms compared to the figure pattern. Therefore, it becomes more important to discuss activities that include shape patterns at the 7th-grade level. Setiawan, Purwanto, Parta, and Sisworo (2020) suggest in their study that students transform geometric and shape patterns into number patterns, but

students should work more on shape patterns. It is stated in studies that especially geometric patterns help in the transition from arithmetic to algebraic thinking (Apsari, Putri, Sariyasa, Abels & Prayitno, 2019). In addition, it was determined that the least common indicator in the 5th and 7th-grade textbooks was to enable students to express the relationship between the number of terms and the value of the term in their sentences. However, it is stated that during the teaching of patterns, students should create environments that will enable them to reveal their thoughts and think deeply (Palabıyık & Akkuş-İspir, 2011).

It is seen that the examples are incomplete in terms of including decreasing patterns. Rivera and Becker (2011) emphasize that focusing only on numerical relations and focusing only the amount of increase in a given shape pattern may cause a superficial perception of recognizable relations. Therefore, it is necessary to pay attention to give importance to visual relations and to include decreasing patterns according to the features such as the structure and color of the shapes in the shape pattern.

3-5 according to NCTM (2000). grade students should be able to use boxes, letters, or other symbols to establish general rules. However, when we look at the curriculum, students first encounter algebra in the 6th grade (MEB, 2018) and generalizations using symbols are not included in the 5th-grade textbooks. Therefore, in the 5th grade, it becomes important to make students feel generalization, which is one of the components of the transition from arithmetic to algebra, and to prepare them to express the rule of the pattern verbally, which is the next stage, with symbols. Topbaş – Tat (2020) stated that students had difficulties in using letter symbols while finding a pattern rule and they formed a prejudice. In this sense, it is recommended to include activities that emphasize the meaning of letter symbols within the 6th and 7th-grade learning outcomes. Another remarkable part of the books examined is that they do not include different types of patterns, except for number and shape patterns. In domestic and international studies, it is seen that there are many types such as linear (first order) and non-linear, patterns, pictorial patterns, geometric patterns, expanding patterns, as well as number and shape patterns (Akkan, 2013; Feifei, 2005; Lannin, 2005; Rivera, 2007). However, it is seen that linear and quadratic (second-order) patterns are emphasized along with number and shape patterns in primary and secondary school mathematics curricula in our country (Akkan & Çakıroğlu, 2012; Yeşildere & Akkoç, 2011). Feifei (2005) emphasizes that when different types of patterns are not addressed in learning environments, students' solution strategies will be limited in the face of pattern problems, which leads students to memorize and makes the transition to algebra difficult.

5. Suggestions

When the results of the study are examined, it is seen that both the fifth and seventh-grade textbooks focus on only one solution method in pattern generalization. In addition, it was determined that the samples were incomplete in terms of including decreasing patterns. Therefore, it is suggested that textbooks should include different types of pattern examples in terms of students' better understanding of the relationships in patterns, the development of functional thinking skills, and their contribution to the transition to algebra, sub-statements should be included for students to find solutions with different strategies, and comparative examples should be included for the points where students can make mistakes. In addition, it is suggested that for the transition to algebra to be carried out healthily, it is recommended to focus on activities aimed at finding the pattern rule with different strategies on shape patterns in the textbooks. It is thought that increasing the pattern generalization activities that include different strategies in the 5th-grade textbooks will positively affect the students' process of establishing relationships and generalizing in the following years. For this reason, shape patterns with different strategies should be included in the textbooks. It is suggested that the activities related to pattern generalization in the textbooks should be organized by considering the important aspect related to the transition process to algebra and the ideas included in the studies in the literature. In this study, textbooks were limited to the generalization component of the transition process from arithmetic to algebra. For this reason, textbooks can be examined in the context of different components of the transition process from arithmetic to algebra.

Acknowledgements: This article is an expanded version of the paper presented at the TURCOMAT-5 Symposium on October 28-30, 2021.

Funding: No funding was reported for this study.

Ethics declaration: An ethical approval is not needed for this study.

Declaration of interest: The authors declare no competing interest.

Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Örüntüler Konusunun Aritmetikten Cebire Geçiş Bağlamında İncelenmesi

1. Giriş

Günlük hayatımızda karşılaştığımız problemleri çözmeye aritmetik bilgilerimizin yanı sıra cebir bilgilerimizi de kullanmaktayız. Aritmetik, bilinenler kullanılarak bilinmeyenlere ulaşılmasını, dört işlem kullanılarak sayılar arasında var olan ilişkileri hesaplamayı içermektedir (Akkan, 2009). Aritmetikte sayılar arasında bulunan ilişkilerin genellenmesi ile birlikte cebir ön plana çıkmaktadır (Vance, 1998). Bu anlamda cebirin altyapısını aritmetiğin oluşturduğu (Akkan, Akkan, Öztürk & Küçük-Demir, 2019), dolayısıyla aritmetik ve cebirin öğretilirken kavramlar arasındaki ilişkiye dikkat edilmesi gerektiği belirtilmektedir (Akkan, Akkan & Güven, 2017). Aritmetik ve cebir arasındaki bu ilişkinin önemi kadar, doğası gereği iki alanın sahip olduğu farklılıkların da önemli olduğu belirtilmektedir (Akkan, Baki & Çakıroğlu, 2011). Bu sebeple öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş aşamasında, cebirsel kavramların gelişimi esnasında çeşitli zorluklarla karşılaştıkları belirtilmektedir (Akkan, 2009; Akkaya & Durmuş, 2015; Baki & Çakıroğlu, 2012; Kieran, 2007; Uzun, 2021; Yıldız, Koza-Çiftçi, Şengil-Akar & Sezer, 2015). Akkan (2009), aritmetik ve cebirsel bilgi arasındaki bağlantının kurulmadığını, bu sebeple de cebirsel düşünmenin yeterli bir şekilde gelişemediğini belirtmektedir. Cebire geçiş sürecinde karşılaşılan zorlukların büyük bir çoğunluğunu sembollerin kullanımı, problem çözme, harflerin anlamı ve genelleme yapma bileşenlerinin oluşturduğu belirtilmektedir (Akkan, 2009; Uzun, 2021; Van Amerom, 2002). Bu zorluklar incelendiğinde aritmetik işlemler kullanılarak örüntüleri ortaya çıkarıp genelleme yapmanın ve bilinmeyen nicelikleri kullanarak işlemler gerçekleştirilmesinin, cebirsel düşünme ile ilişkilendirildiği görülmektedir (Akkan, 2016). Aritmetikten cebire geçişte ele alınan kavramların yeterli düzeyde gelişebilmesi cebirsel düşünme için önem arz etmekte, aynı zamanda cebirsel düşünmenin gelişiminin temelini örüntüleri genelleme konusunun oluşturduğu belirtilmektedir (Akkan & Baki, 2016; Kieran, 2018; Türkoğlu, 2017). Örüntüleri genellemenin, aritmetikten cebire geçişte köprü görevi görebileceğinden de bahsedilmektedir (Akkan & Baki, 2016). Aritmetikten cebire geçiş sürecinde hem doğal sayı sistemini hem de örüntüleri genellemenin öğrencilerde soyut düşüncelerin gelişimine yardım ettiği, bu nedenle öğrencilerin bu geçiş sürecinde belirtilen sayı durumları arasındaki ilişkileri ortaya çıkarabilmesi ve genelleme yapmaya doğru aşama aşama ilerlemesi gerektiğine değinilmektedir (Akkan & Baki, 2016). Dolayısıyla örüntü genelleme kazanımlarını ele alan 5. ve 7. sınıf seviyelerindeki öğrencilerde örüntü genelleme sürecinin aşamalı bir şekilde olması önem kazanmaktadır.

Örüntüler ile ilgili çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin örüntü genellemeye yönelik başarıları, örüntü genelleme sürecinde ne tür strateji kullandıkları, öğrencilerin genelleme yaparken yaşadığı zorluklar ve hatalarının sebepleri üzerine çalışmalar (Akkan vd., 2017; Akkan & Çakıroğlu, 2012; Gürbüz & Toprak, 2014; La Rochelle vd., 2019; Özel, 2019; Türkoğlu, 2017; Walkoe, 2014) ağırlıkta olmaktadır. Bu çalışmalar incelendiğinde erken sınıf seviyelerinden itibaren örüntüler konusuna ve birbirine bağlı olarak değişen iki nicelik arasındaki ilişkiye, bir diğer deyişle fonksiyonel düşünmeye vurgu yapılarak ele alınması gerektiği belirtilmiştir (Türkmen & Tanışlı, 2019). Bu durum örüntüleri genelleme konusunda, öğrencileri örüntüde terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi önce kendi cümleleriyle ifade edebilmelerine (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Özdemir, Dikici & Kültür, 2014), sonra bulunan ilişkiyi genelleme yaparak ifade edebilmeleri gerektiği fikrini de akla getirmektedir. Yeşildere ve Akkoç (2010), öğrencilerin örüntüde bulunan ilişkiyi sözel olarak ifade etmede, ilişkiyi cebirsel olarak belirtmeye göre daha başarılı olduklarını belirtmektedirler. 5. sınıf seviyesindeki kazanımlarda örüntüde bulunan ilişkiyi sözel olarak ifade etme yeterli olurken, 7. sınıf seviyesindeki kazanımlarda ilişkiyi cebirsel olarak belirleme önemli görülmektedir. Markworth (2010) örüntüdeki ilişkilerin ifade edilebilmesinin zor bir beceri olduğunu, bu sebeple günlük dilde ifade edilen kuralın yarı sembolik şekilde kısaltılmasının öğrencilerin ifade edebilmelerini kolaylaştırdığını belirtmektedir. Ayrıca öğrencilerin yinelemeli strateji olarak ifade edilen (Akkan vd., 2017; Akkan & Çakıroğlu, 2012; Mouhayar & Jurdak, 2014; Yeşildere & Akkoç, 2010), ardışık sayılar arasındaki ilişkiyi inceleyerek bir sonraki terimi belirleyebildikleri (Lee, 1996; Yeşildere & Akkoç, 2010) ancak bu örüntülerin kuralını de cebirsel olarak ifade etmede yetersiz oldukları belirtilmektedir. Benzer şekilde Chua ve Hoyles (2014) öğrencilerin örüntü genelleme sürecinde yaşadıkları temel zorluklardan birisinin yinelemeli örüntülerden, terim ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi bulmaya geçiş olduğunu belirtmektedir. Chua ve Hoyles (2014) örüntünün genel kuralı bulmada ileri bir adımı bulmaya yönelik olarak öğrencilerin yönlendirilmeleri gerektiğini ifade etmektedir.

Örüntü etkinliklerinde sayı ve şekil örüntülerinin tablo haline dönüştürülmesinin, örüntüdeki ilişkilerin öğrenciler tarafından daha kolay anlaşılmasını sağladığı belirtilmektedir (Kaput, 2018; Palabıyık & Akkuş-İspir, 2011; Rivera & Becker, 2011). Ayrıca cebire geçiş sürecinde örüntü genellemede farklı temsil ve stratejilerin kullanılarak cebir bilgisinin oluşumunun sağlanması da önerilmektedir (Palabıyık & Akkuş-İspir, 2011). Farklı temsil ve stratejilerin yanı sıra yapılan çalışmalarda içeriksel strateji denilen verilen duruma odaklı olarak bir kural oluşturma sürecinin de sıklıkla kullanıldığı belirtilmektedir (Akkan & Çakıroğlu, 2012). Ancak içeriksel strateji öğrenciyi düşünmeye veya genelleme yapmaya sevk etmediği için önerilmemektedir. NCTM'e (2000) göre örüntü genelleme ile ilgili beklenen davranışlar öğrencilerin ağırlıklı olarak şekil ve sayı örüntülerinin

devamını getirerek genellemeye ulaşabilmeleri, örüntüleri tablo ve grafik haline dönüştürme gibi farklı şekillerde temsil edebilmeleri, ulaşılan ilişkileri farklı temsil biçimleri kullanarak karşılaştırabilmeleri olarak ifade edilmektedir. Literatürde yapılan çalışmalar incelendiğinde örüntü genelleme sürecinde şekil örüntüleri üzerinden akıl yürütme çalışmalarına yer verilmesinin, örüntüdeki ilişkilerin keşfedilmesine yardımcı olacağı belirtilmiştir (Markworth, 2010; Rivera & Becker, 2008). Geraniou ve Mavrikis (2015) örüntü genelleme sürecinde öğrencilerin şekil örüntülerini modellemelerinin, örüntüdeki ilişkileri ortaya çıkardığını ve genelleme yapma sürecini kavramlaştırdıklarını belirtmektedir.

Sayısal ve geometrik örüntülerdeki ilişkilerin sözel ifadeler, tablolar, grafikler, sembolik temsiller yardımıyla cebirsel düşünmede araç olarak kullanılabilmesi belirtilmektedir (Eroğlu, 2021). Ancak Eroğlu (2021), örüntüler konusunun hem matematik öğretim programında hem de matematik ders kitaplarında öğrencilerin cebirsel düşüncelerini destekleyecek nitelikte olmadığını ortaya koymaktadır. Örüntüleri genelleme ile fonksiyonel düşünmenin gelişimi sağlanmakta, bu sebeple cebirsel düşünmenin gelişimi de önem kazanmaktadır (Güvendiren, 2019). Bu bağlamda cebirsel düşünme üzerine yapılan çalışmalarda örüntüleri genellemenin odak noktası olduğu belirtilmektedir (Türkoğlu, 2017). Öğrencilerin örüntüleri keşfetmesini sağlayarak cebirsel düşüncelerine destek olunması gerektiği (Türkoğlu, 2017), öğretmenlerin cebirsel düşünmenin gelişimine katkıda bulunacak şekilde sınıf ortamı oluşturmaları için farklı yollar bulmaları gerektiği (Blanton & Kaput, 2004), örüntüleri genellemede harflerin kullanımında dikkatli olunması gerektiği (Güvendiren, 2019) yapılan çalışmalarda önerilmektedir. Ders esnasında öğretmenler ve öğrenciler tarafından yaygın olarak kullanılan temel araç gereçlerden birisi de ders kitapları olmaktadır (Dede & Arslan, 2019; Fan, Zhu & Miao, 2013). Ders kitapları dersin içeriğini sırayla ve düzenli bir şekilde vermesi sebebiyle matematik gibi soyut kavram içeren derslerde sıklıkla tercih edilmekte ve bu sebeple önemli hale gelmektedir (Dede & Arslan, 2019). Bununla birlikte verimli bir öğretim ortamının oluşturulabilmesi için ders kitaplarının incelenmesine ve değerlendirilmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Yapılan çalışmalarda, matematik derslerinde kullanılan kitapların, öğretim sürecini diğer derslere göre daha çok şekillendirdiği belirtilmektedir (Fan vd., 2013). Dolayısıyla cebire yönelik olarak yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin başarısına etki eden faktörlerin yanında ders kitaplarının analiz edilmesi ile öğrencilerin sıkıntı çektiği durumların belirlenmesinde ve öğretimde yaşanan sınırlılıkların azalmasına etkisi olabileceği düşünülmektedir (Smith III, Males, Dietiker, Lee & Moiser, 2013).

Aritmetikten cebire geçişte karşılaşılabilecek sıkıntıların engellenebilmesi için aritmetik ve cebir alanının birlikte değerlendirildikten sonra, öğretim programlarına ve ders kitaplarına yansıtılması gerektiğinin önemine dikkat çekilmektedir (Yıldırım, 2019). Ayrıca Dede ve Arslan (2019), hem temel eğitim hem de ortaöğretim ders kitaplarının içeriğinin incelenmesini gerektiren araştırmalar yapılması gerektiğini önermektedir. Öte yandan Şahin ve Başgül (2019), ders kitapları ile ilgili yapılan çalışmalarda bir öğrenme alanının incelenmesi yerine tüm öğrenme alanlarının birlikte ele alındığını belirterek literatürdeki sınırlılığa dikkat çekmiştir. Bu sebeple yapılacak olan çalışmalarda, ders kitaplarının öğrenme alanları doğrultusunda incelenmesi önemli görülmektedir. Cebire geçişte ve cebirsel düşünmenin gelişiminde örüntüleri genellemenin önemli bir yere sahip olmasıyla, ders kitaplarında örüntüleri genellemeyi içeren etkinliklerin bu kapsamda incelenmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Literatür incelendiğinde ise örüntüler konusuna yönelik ders kitabı analizinin sınırlı sayıda olduğu belirlenmiştir. Bu kapsamda bu çalışmada ortaokul matematik ders kitaplarının örüntüler konusunda genelleme yapmaya yönelik etkinliklerinin aritmetikten cebire geçiş süreci kapsamında incelenmesi amaçlanmıştır.

2. Yöntem

Bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımı kapsamında doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Doküman analizi yazılı, basılı, elektronik gibi tüm belgelerin içeriğini sistematik olarak değerlendiren bir yöntemdir (Wachve Ward, 2013). Ders kitapları da yazılı belge içerisinde yer aldığından dolayı doküman analizi yöntemi kullanılmaktadır. Bu araştırmanın verilerini Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] tarafından 2020-2021 eğitim öğretim yılında ortaokullarda okutulmak üzere önerilen 5. sınıf (Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları) ve 7. sınıf (Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları) ders kitaplarında yapılan incelemeler oluşturmaktadır. Matematik öğretim programında örüntüler konusu 5. ve 7. sınıf seviyelerinde ele alındığından dolayı 5. ve 7. sınıf ders kitapları incelenmiştir. 5. sınıf seviyesinde “*M.5.1.1.3.Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımlarını oluşturur*”, 7. sınıf seviyesinde “*M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen adımını bulur*” kazanımları yer almakta ve ders kitaplarında bu kazanımlara yönelik öğretimsel etkinlikler incelenmektedir. Literatürde hem cebire geçiş hem de örüntüleri genelleme ile ilgili yapılan çalışmalar incelenerek, aritmetikten cebire geçiş konusunda örüntüler konusunda önemli olarak belirtilen davranışlar belirlenerek örneklerle açıklanmıştır.


2.1. Veri Toplama Aracı / Araçları

Matematik ders kitaplarında bulunan örüntü genelleme ile ilgili etkinlikler, aritmetikten cebire geçiş sürecinin bileşenlerinden olan örüntü genellemeye yönelik olarak oluşturulan göstergeler kapsamında analiz edilmiştir. Bu analizlerden önce örüntüleri genelleme ile ilgili göstergeler belirlenerek (Tablo 1) bu kapsamda ders kitapları analiz edilmiştir.

.2. Verilerin Analizi

Araştırmada incelenen 5. ve 7. sınıf matematik ders kitapları betimsel analiz yöntemi ile birlikte analiz edilmiştir. Ders kitaplarının içerik analizi kapsamında kullanıldığından dört aşamada analiz süreci gerçekleştirilmektedir. Analiz süreci, eldeki veri setinden bir örneklem seçilmesi aşaması olan “analiz için kullanılan veriden örneklem seçme”, literatürden yola çıkarak kategoriler ve temalar oluşturulması aşaması olan “kategorilerin geliştirilmesi”, analiz yönteminin seçilmesi aşaması olan “analiz birimlerini saptama” ve elde edilen verilen nicelleştirilmesi aşaması olan “sayısallaştırma” şeklinde ilerlemektedir (Bailey, 1994). Bu çalışmada da ders kitaplarındaki örüntü genelleme konusu örneklem olarak seçilmiştir. Aynı zamanda literatür taranarak aritmetikten cebire geçiş sürecindeki örüntü genelleme bileşenine ait olan davranışlar ve göstergeler belirlenerek kategoriler geliştirilmiştir. Göstergelere ait örnekli açıklamalarda yer alan örnekler çalışmada incelenen ders kitaplarından elde edilmiştir. Bu göstergeler aşağıda Tablo 1 ile gösterilmektedir.

Tablo 1. Aritmetikten cebire geçişte 5. ve 7. sınıf örüntüler konusunda önemli olarak belirtilen davranışlar

Sınıf Seviyesi	Göstergeler	Örneklî Açıklama																					
5. ve 7. sınıf	Terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi öğrencilerin kendi cümleleriyle ifade etmelerini sağlayan örneklere yer verme (Türkmen & Tanışlı, 2019)	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Adım (Altgen Sayısı)</th> <th>Toplam Kenar Sayısı</th> <th>Adım Sayısı ile Kenar Sayısı Arasındaki İlişki</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>6</td> <td>5-1+1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>11</td> <td>5-2+1</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>16</td> <td>5-3+1</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>21</td> <td>5-4+1</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>26</td> <td>5-5+1</td> </tr> <tr> <td>.....</td> <td>.....</td> <td>.....</td> </tr> </tbody> </table>	Adım (Altgen Sayısı)	Toplam Kenar Sayısı	Adım Sayısı ile Kenar Sayısı Arasındaki İlişki	1	6	5-1+1	2	11	5-2+1	3	16	5-3+1	4	21	5-4+1	5	26	5-5+1
Adım (Altgen Sayısı)	Toplam Kenar Sayısı	Adım Sayısı ile Kenar Sayısı Arasındaki İlişki																					
1	6	5-1+1																					
2	11	5-2+1																					
3	16	5-3+1																					
4	21	5-4+1																					
5	26	5-5+1																					
.....																					

Yukarıda verilen şekil örüntüsü ile adım sayısı arasındaki ilişki hakkında ne düşünüyorsunuz?

8. adımda kaç kare olacağını nasıl bulabiliriz? Kendi cümlelerinizle ifade ediniz.

Şeklinde sorular içeren örnekler bu kapsamdadır.

5. ve 7. sınıf Örüntünün genel kuralını fark ettirmek için farklı temsiller kullanan örneklere yer verme (Akkan vd., 2017; NCTM, 2000)



Yukarıda adımlar arasındaki üçgen ve dörtgen sayıları sabit olan bir şekil örüntüsünün ilk üç adımı verilmiştir.


- Verilen örüntünün 4. adımını çizelim.
- Adım sayısı ile dörtgen ve üçgen sayıları arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo çizelim. Şekil sayılarını veren sayı örüntülerini belirleyelim.
- Şekil örüntüsünün altıncı adımında oluşacak dörtgen ve üçgen sayılarını bulalım.
- İlk dört adımda oluşan toplam şekil sayısını bulalım.

Tablo: Şekil Örüntüsünün Adımlarında Oluşan Toplam Şekil Sayısı

Adım Sayısı	1. adım	2. adım	3. adım	4. adım
Dörtgen Sayısı	1	2	3	4
Üçgen Sayısı	3	5	7	9
Toplam Şekil Sayısı	1 + 3 = 4	2 + 5 = 7	3 + 7 = 10	4 + 9 = 13

Hem üçgen hem dörtgen sayısını tabloda ayrı ayrı gösterip, ikisi arasında bir ilişki bulma sağlanabilir. Ya da toplam şekil sayısından örüntünün devamı hakkında yorum yapılabilir. Hem tablo hem de şekiller sayesinde örüntü hakkında yorum yapılabilir.

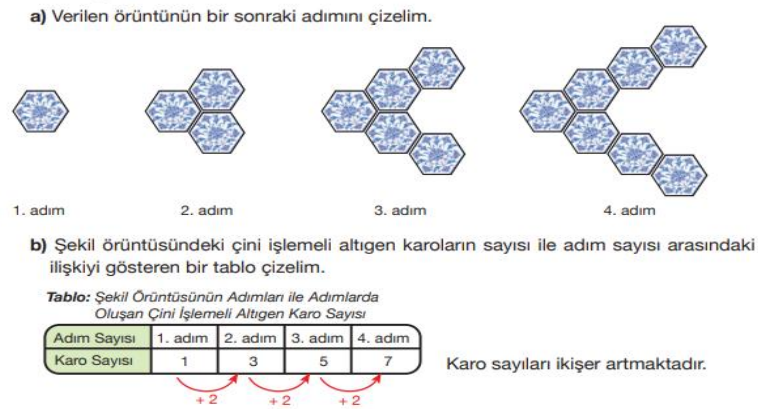
Tablo 1'in devamı

5. ve 7. sınıf	Birden fazla yol/strateji yardımıyla örüntüyü genellemeyi içeren örneklere yer verme (Akkan vd., 2017)	 <p>Yukarıda benzer karelerden oluşan bir şekil örüntüsü verilmiştir. Buna göre:</p> <p>a) 5. şekildeki kare sayısını bulunuz. b) 10. şekildeki kare sayısını bulunuz. c) 40. şekildeki kare sayısını bulunuz. d) Örüntünün kuralını yazılı olarak ifade ederek, n. şekildeki kare sayısı için harfli bir ifade yazınız ve açıklayınız.</p> <p>Bu soruda şekillerdeki kutu sayıları yazılarak sayı örüntüsüne dönüştürülebilir.</p> <p>6 – 10 – 14- 18 şeklinde ilerliyor ve dörder dörder artıyor. Görseller üzerinden de örüntü kuralına ulaşılabilir. Şekiller incelendiğinde 2 kutunun her zaman en üstte sabit olduğu, alt satırlardaki kutu sayısının da adım sayısının hep dört katı şeklinde verildiği görülmektedir.</p> <p>(n harfi ile genelleme şıkkı sadece 7. Sınıfta olabilir. 5. Sınıf seviyesinde bulunan kural sözel olarak ifade edilebilir. Şekil üzerinden bulunan kural hem 5. hem de 7. Sınıf seviyesinde olabilir.)</p> <p>Bu sorunun iki ya da daha fazla çözüm yoluna yer verilmesi daha iyi olabilir.</p>																					
7. sınıf	Genelleme yapma sürecindeki olası hata, kavram yanlışlarına yer vererek eleştirel sorular sormaya yönelik örneklere yer verme (Özdemir vd., 2014; Kılıç, 2019)	7. sınıf seviyesinde 4-8-12-16... şeklinde devam eden örüntünün kuralını bulurken, öğrencinin iki terim arasındaki farkın 4 olduğunu bulması ve kuralı $n+4$ olarak ifade etmesi bir kavram yanlışlığıdır. Ders kitabında örüntünün kendi kuralı $4.n$ ile $n+4$ ifadelerinin karşılaştırılmalı olarak gösterilmesi, n harfinin neyi temsil ettiğinin vurgulanması gerekmektedir.																					
7. sınıf	Örüntüde terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi bulmaya yönelik örneklere yer verme (Özdemir vd., 2014; NCTM, 2000)	Bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi bulma (Belirgin (Fonksiyonel) strateji)																					
		<table border="1" data-bbox="810 1290 1230 1682"> <thead> <tr> <th>Adım Sayısı</th> <th>Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı</th> <th>Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>1-2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4</td> <td>2-2</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>6</td> <td>3-2</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>8</td> <td>4-2</td> </tr> <tr> <td>.....</td> <td>.....</td> <td>.....</td> </tr> <tr> <td>n</td> <td></td> <td>n-2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Bu örüntünün genel kuralı $2n$'dir.</p>	Adım Sayısı	Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki	1	2	1-2	2	4	2-2	3	6	3-2	4	8	4-2	n		n-2
Adım Sayısı	Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki																					
1	2	1-2																					
2	4	2-2																					
3	6	3-2																					
4	8	4-2																					
.....																					
n		n-2																					

Tablo 1'in devamı

7. sınıf	İçeriğe bağlı olarak oluşturulan kural ile problem çözmeyi içeren örneklerle yer verme (İçeriksel) (Akkan vd., 2017; Akkan & Çakıroğlu, 2012)	<p>Kural ezberleme mantığıdır. Soruda verilen örüntüde, iki terim arasındaki farkın n ile çarpılması, $n=1$ için ilk terimin kontrol edilmesi ... gibi.</p> <p>22, 17, 12, 7, 2, ... sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade edelim. Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayıyı bulalım.</p> <p>Sayı örüntüsündeki sayılar beşer azalarak devam etmektedir. Terim sayısı n olmak üzere önce $-5 \cdot n$ olarak yazılır. Ancak sayı örüntüsünün birinci terimindeki sayıyı bulmak için n yerine 1 yazıldığında $-5 \cdot n$ ifadesinin değeri, $-5 \cdot 1 = -5$ bulunur. Birinci terimdeki sayı 22 olduğundan $-5n$ ifadesine 27 eklenmelidir. Öyleyse sayı örüntüsünün kuralı, $-5n + 27$ olarak yazılır.</p> <p>Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayıyı bulmak için $-5n + 27$ ifadesindeki n yerine 20 yazılır.</p> $-5n + 27 \rightarrow -5 \cdot 20 + 27 = -100 + 27 = -73$ <p>Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayı -73'tür.</p>
----------	---	---

Matematik ders kitaplarındaki örüntüleri genelleme ile ilgili etkinlikler, örüntüleri genelleme ile ilgili oluşturulan göstergeler bağlamında incelenerek sayısallaştırılmış ve tablo haline dönüştürülmüştür. Kitapta bir etkinliğin birden fazla gösterge içermesi durumunda, her iki gösterge kapsamında da ele alınmıştır. Aşağıda Şekil 1 ile birlikte örnek bir analize yer verilmiştir.



Şekil 1. Örüntünün kuralına ulaşmada farklı temsil kullanımına örnek

Şekil 1'de 5. sınıf kitabından alınan bir örnek bulunmaktadır. Bu örnekte verilen şekil örüntüsünde a şıkında şekil çizim istedikten sonra, b şıkında her bir adımdaki karoların sayısı tablo haline dönüştürülerek sayı örüntüsü üzerinden örüntünün kuralına ulaştırılmaya çalışılmıştır.

Dolayısıyla bu örnek "Örüntünün genel kuralını fark ettirmek için farklı temsiller kullanan örneklere yer verme" göstergesi içerisinde yer almaktadır. Kitapta bulunan örnekler bu şekilde analiz edilmiştir.

3. Bulgular

Bu bölümde MEB tarafından 2020-2021 öğretim yılında ortaokullarda okutulmak üzere önerilen ders kitaplarında bulunan örüntüleri genelleme etkinliklerinin aritmetikten cebire geçiş bağlamında incelenmesinden elde edilen bulgular sunulmuştur.

3.1. Ders Kitaplarında Örüntüler Konusunda Yer Verilen Örneklerle İlişkin Bulgular

5. ve 7.sınıf matematik ders kitaplarındaki örneklerin göstergelere göre dağılımı Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. 5. ve 7.sınıf matematik ders kitaplarındaki örneklerin göstergelere göre dağılımı

Göstergeler	5. sınıf		7. sınıf	
	f	%	f	%
Terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi öğrencilerin kendi cümleleriyle ifade etmelerini sağlayan örneklere yer verme	1	11,1	1	9,1
Örüntünün genel kuralını fark ettirmek için farklı temsiller kullanan örneklere yer verme	8	88,8	6	54,4
Birden fazla yol/strateji yardımıyla örüntüyü genellemeyi içeren örneklere yer verme	-	-	-	-
Genelleme yapma sürecindeki olası hata, kavram yanlışlarına yer vererek eleştirel sorular sormaya yönelik örneklere yer verme			-	-
Örüntüde terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi bulmaya yönelik örneklere yer verme			2	18,1
İçeriğe bağlı olarak oluşturulan kural ile problem çözmeyi içeren örneklere yer verme			2	18,1

*Belirtilen yüzdeler göstergelyi içeren örneklerin tüm örneklere oranıyla bulunmuştur.

Tablo 2 incelendiğinde ders kitaplarında örüntüler konusuna ait örneklerin ortak olarak bulunan göstergelerden “Örüntünün genel kuralını fark ettirmek için farklı temsiller kullanan örneklere yer verme” göstergesinin 5. Sınıf ders kitabında %88,8, 7. sınıf ders kitabında %54,4 oranla en çok yer verilen gösterge olduğu görülmektedir. Ortak olarak bulunan göstergeler içerisinde 5. sınıfta %11,1, 7. sınıfta %9,1 yüzdeyle en az yer verilen göstergenin “Terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi öğrencilerin kendi cümleleriyle ifade etmelerini sağlama” olduğu görülmektedir. Aynı şekilde oranlar dikkate alındığında 5. sınıf ders kitabına ait örneklerde bu göstergelye ait oranın daha düşük olduğu görülmektedir. Ders kitaplarında, “Birden fazla yol/strateji yardımıyla örüntüyü genelleme” ile “Genelleme yapma sürecindeki olası hata, kavram yanlışlarına yer vererek eleştirel sorular sorma” göstergelerine ait örneklere ise yer verilmemesi dikkat çeken durumlardan biri olmaktadır. 7. sınıf seviyesine ait göstergeler içerisinde “Örüntüde terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi bulma” ile “İçeriğe bağlı olarak oluşturulan kural ile problem çözme” göstergesi %18,1 oranla aynı oranda ele alınmaktadır.

3.1.1. Terim Sayısı ile Terimin Değeri Arasındaki İlişkiyi Öğrencilerin Kendi Cümleleriyle İfade Etmelerini Sağlama

Terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi öğrencilerin kendi cümleleriyle ifade etmelerini sağlama göstergesi ile ilgili 7. sınıf ders kitabına ait örnek bir durum aşağıda Şekil 2 ile verilmektedir.

Adım Sayısı	1. Adım	2. Adım	3. Adım	4. Adım	5. Adım	... Adım	n. Adım
Kullanılan Kalem Sayısı	3	5	7
Adım Sayısı ile Kalem Sayısı Arasındaki İlişki	$2 \cdot 1 + 1$	$2 \cdot 2 + 1$	$2 \cdot 3 + 1$

- Her adımda kullanılan kalemlerin sayısında nasıl bir artış vardır? Yukarıdaki örüntüyü inceleyerek adımlar ile kalem sayıları arasındaki ilişkiyi bulunuz.
- n, adım sayısını gösterecek olursa bu örüntünün n. adımında kullanılan kalem sayısını veren genel ifadeyi yazınız.
- Genel ifadedeki n'nin katsayıları ile kalem sayılarının artış miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır?

Şekil 2. 7. sınıf ders kitabında örüntüleri tablo haline getirme, sonra adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi bulma, eleştirel sorularla öğrencilerin kendilerini ifade edebilmesini içeren örnek

Şekil 2 incelendiğinde tabloda adım sayısının renkli olarak gösterilerek kalem sayısı ile adım sayısı arasındaki ilişkiye dikkat çekmek amaçlanmaktadır. Belirli sayıda adımlar devam ettirildikten sonra ise son

adımda adım sayısı n değişkeni ile ifade edilerek, n ile artış miktarı arasındaki ilişkinin ifade edilmesi istenmektedir. Dolayısıyla bu örnek "Terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi öğrencilerin kendi cümleleriyle ifade etmelerini sağlama" ve "Örüntüde terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi bulma" göstergesini de içermektedir. Aynı zamanda soruda kalemlerden oluşan şekil örüntüsünden yola çıkarak, kalem sayısı ile adım sayısı arasındaki ilişkinin tablo haline dönüştürülmesi istenmektedir. Sorunun içeriğinde şekil örüntüsünün tablo kullanılarak ifade edilmesi istenildiğinden dolayı bu soru "Örüntünün genel kuralını fark ettirmek için farklı temsiller kullanma" göstergesini de içermektedir. Soruda örüntünün kuralını genellemek amaçlandığından dolayı n değişkenine yer verilmesinin, aritmetikten cebire geçiş sürecinin gelişimi bakımından önemli olduğu düşünülmektedir.

3.1.2. Örüntünün Genel Kuralını Fark Ettirmek İçin Farklı Temsiller Kullanma

Örüntünün genel kuralını fark ettirmek için farklı temsiller kullanma göstergesini içeren 5. sınıf ders kitabına ait bir örnek aşağıda Şekil 3 ile gösterilmektedir. Bu göstergeyi içeren 7. sınıf ders kitabına ait örnekler ise Şekil 4 ile verilmektedir.

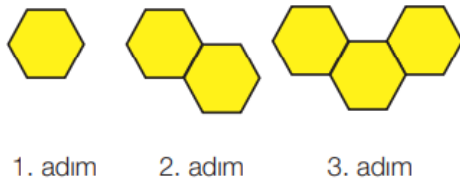
Birlikte Yapalım 4

Yukarıda adımları arasındaki üçgen ve dörtgen sayıları sabit olan bir şekil örüntüsünün ilk üç adımı verilmiştir.

- Verilen örüntünün 4. adımını çizelim.
- Adım sayısı ile dörtgen ve üçgen sayıları arasındaki ilişkiyi gösteren bir tablo çizelim. Şekil sayılarını veren sayı örüntülerini belirleyelim.
- Şekil örüntüsünün altıncı adımında oluşacak dörtgen ve üçgen sayılarını bulalım.
- İlk dört adımda oluşan toplam şekil sayısını bulalım.

Şekil 3. 5. sınıf ders kitabında şekil örüntülerini sayı örüntüsüne ve tablo haline dönüştürerek artış miktarını bulmaya yönelik örnek

Şekil 3 ile verilen örnekte, öncelikle a şikkında şekil örüntüsünün sayı örüntüsüne dönüştürülmesinden ziyade önce şekil örüntüsünün birkaç adım daha devam ettirilmesi istenmektedir. Şekil örüntüsünün devam ettirilerek üçgenler ve dörtgenler arasındaki ilişkilerin farklı bakış açısıyla görsel olarak fark edilmesinin sağlandığı düşünülmektedir. Sonraki adımda ise dörtgen ile üçgen sayısı arasında bulunan ilişkinin tablo oluşturularak düzenlenmesi beklenmektedir. Dolayısıyla şekil örüntüsünden hem sayı örüntüsüne hem de tablo haline dönüştürmeye yönelik aşamalar bulunmaktadır. Bundan dolayı bu örnek "Örüntünün genel kuralını fark ettirmek için farklı temsiller kullanma" göstergesi olarak kabul edilmektedir. Genelleme yapma sürecinde öğrencilerin bulunan ilişkileri farklı şekillerde yorumlamalarının sağlanmasının fonksiyonel düşünmeyi geliştireceği düşünülmekte, dolayısıyla cebire geçiş süreci için faydalı olacağı beklenmektedir.

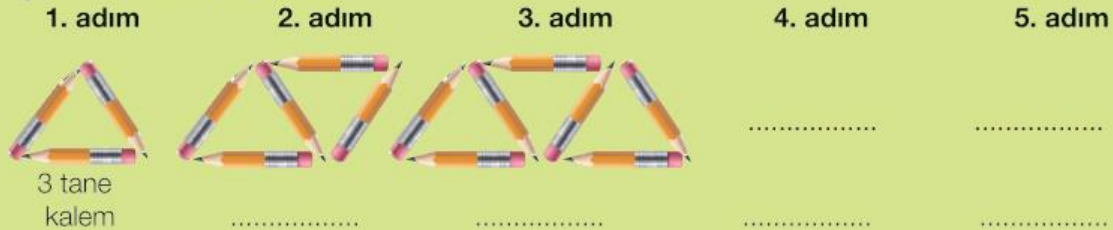


Yandaki örüntüde ilk altıgenen başlayarak her adımda mevcut altıgenlerden yalnız biriyle ortak kenara sahip olacak şekilde örüntüye birer altıgen eklenmiştir.

Bu örüntüden yararlanarak altıgen sayısı ile toplam kenar sayısı arasındaki ilişkinin cebirsel kuralını (genel kural) bulalım.

Uygulama Basamakları:

- Aşağıda verilen şekil örüntüsünü aynı boyda kalemlerle modelleyerek 4. ve 5. adımda meydana gelecek şekilleri oluşturunuz.



Şekil 4. 7. sınıf ders kitabı şekil örüntülerinde şekiller arasındaki ilişki örnekleri

Şekil 4 incelendiğinde örneklerin şekil örüntüsü olarak verildiği ve bir sonraki adımda da şekil örüntüsünün devam edilmesinin beklendiği görülmektedir. Öğrencilerin şekil örüntüsünden yola çıkarak sayı

örüntüsü oluşturarak kural bulmaya yönlendirildiği görülmektedir. Bu sebeple yer alan örneklerin “Örüntünün genel kuralını fark ettirmek için farklı temsiller kullanma” göstergesini içerdiği kabul edilmektedir. 7. sınıf seviyesi göz önünde bulundurulduğunda genelleme yapma sürecine ait örneklerin 5. sınıf seviyesine yakın ve ezbere dayalı olduğu fark edilmektedir.

3.1.3. Ardışık İki Terim Arasındaki Farkı Son Terime Ekleyerek Gelecek Terimi Bulma

Ardışık iki terim arasındaki farkı son terime ekleyerek gelecek terimi bulma göstergesi ile ilgili 5. sınıf ders kitabına ait bir örnek aşağıda Şekil 5 ile verilmektedir.

2) Aşağıda verilen sayı örüntülerine göre boş bırakılan adımları tamamlayınız.

a)	1. adım	2. adım	3. adım	4. adım	5. adım	6. adım	7. adım	8. adım	9. adım
	7	13	19			37			55

b)	1. adım	2. adım	3. adım	4. adım	5. adım	6. adım	7. adım	8. adım	9. adım
	97	89	81			57		41	

Şekil 5. 5. sınıf ders kitabı iki terim arasındaki farkı son terime ekleyerek gelecek terimi bulma örneği

Şekil 5 ile verilen örnekte bir sayı örüntüsü verilmekte ve boş bırakılan adımların değerlerinin bulunması istenmektedir. Burada artış ve azalış miktarı bulunduktan sonra boş bırakılan adımlar bulunabilmektedir. Dolayısıyla bu örnek “Ardışık iki terim arasındaki farkı son terime ekleyerek gelecek terimi bulma” göstergesi olarak kabul edilmektedir.

3.1.4. Örüntüde Terim Sayısı ile Terimin Değeri Arasındaki İlişkiyi Bulma

Örüntüde terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi bulma göstergesi ile ilgili 7. Sınıf ders kitabına ait bir örnek Şekil 6 ile verilmektedir.

Çözüm:

Verilen örüntüyü kullanarak aşağıdaki tabloyu dolduralım. Öncelikle her adımda kullanılan kibrit çöpü sayısını belirleyelim ve tablodaki ilgili sütunu dolduralım.

Örüntüye 2 kibrit çöpü ile başlanmış ve her adımda bir önceki adıma 2 kibrit çöpü eklenerek örüntü devam ettirilmiştir. Yani artış miktarı sabittir.

1. adım:	→	2
2. adım:	→	$2 + 2 = 4$
3. adım:	→	$4 + 2 = 6$
4. adım:	→	$6 + 2 = 8$
⋮		⋮

Örüntü devam ettirildiğinde adım sayısı ile o adımda kullanılan kibrit çöpü sayısı arasında bir ilişki olduğu görülür. Buna göre kibrit çöpü sayısı adım sayısının 2 katıdır.

O hâlde örüntünün herhangi bir adımı olan n. adımda ise kibrit çöpü sayısı $n \cdot 2 = 2n$ olur.

Adım Sayısı	Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki
1	2	1·2
2	4	2·2
3	6	3·2
4	8	4·2
⋮	⋮	⋮
n		n·2

Bu örüntünün genel kuralı $2n$ 'dir.

Şekil 6.7. sınıf ders kitabı örüntüleri tablo haline getirme, sonra adım sayısı ile terim sayısı arasındaki ilişkiyi bulma, eleştirel sorularla öğrencilerin kendilerini ifade edebilmesini içeren örnek

Şekil 6 incelendiğinde kibrit çöpü sayısı ve adım sayısı arasındaki ilişkiyi içeren bir tabloya yer verilmektedir. Adım sayısı ile çarpım durumunda olan “2” sayısının artış miktarına ait olduğu tabloda açıkça belirtilerek öğrencilerin adım sayısı ve kibrit çöpü sayısı arasındaki ilişkiyi kolayca görmesi sağlanmaktadır. Son olarak adım sayısı n harfi ile temsil edilerek genellemeye ulaşılmaktadır. Artış miktarı ile adım sayısı arasındaki ilişkiyi tablo üzerinde göstermeyi içeren bir örnek olduğundan bu örneğin “Terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi bulma” göstergesini içerdiği kabul edilmektedir. Aynı zamanda bu örneğin sayılar arasındaki ilişkilerin incelenmesine fırsat verdiği ve fonksiyonel düşünmenin gelişimine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

3.1.5. İçeriğe Bağlı Olarak Oluşturulan Kural ile Problem Çözme

İçeriğe bağlı olarak oluşturulan kural ile problem çözme göstergesini içeren 7. sınıf ders kitabına ait bir örnek Şekil 7 ile verilmektedir.

22, 17, 12, 7, 2, ... sayı örüntüsünün kuralını harfle ifade edelim. Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayıyı bulalım.

Sayı örüntüsündeki sayılar beşer azalarak devam etmektedir. Terim sayısı n olmak üzere önce $-5 \cdot n$ olarak yazılır. Ancak sayı örüntüsünün birinci terimindeki sayıyı bulmak için n yerine 1 yazıldığında $-5 \cdot n$ ifadesinin değeri, $-5 \cdot 1 = -5$ bulunur. Birinci terimdeki sayı 22 olduğundan $-5n$ ifadesine 27 eklenmelidir. Öyleyse sayı örüntüsünün kuralı, $-5n + 27$ olarak yazılır.

Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayıyı bulmak için $-5n + 27$ ifadesindeki n yerine 20 yazılır.

$$-5n + 27 \rightarrow -5 \cdot 20 + 27 = -100 + 27 = -73$$

Sayı örüntüsünün 20. terimindeki sayı -73 'tür.

Şekil 7.7. sınıf ders kitabında örüntünün genel kuralını bulurken ezber mantığı kullanılan örnek

Şekil 7 ile örnek incelendiğinde örüntünün genel kuralı bulunurken, önce artış ya da azalış miktarının bulunup adım sayısı (n) ile çarpılması gerektiği ve $n=1$ için kuralın doğruluğunun sağlanması gerektiği görülmektedir. Bu yöntemde soruda verilen örüntüye ait olan artış ya da azalış miktarı adım sayısı ile çarpılarak öğrencileri ezber bir yöntemle genel kurala ulaştırılmaktadır. Sayılar arasındaki ilişkileri incelemeye fırsat vermeyen ve ezberlemeyi ön plana çıkaran içeren bir örnek olduğundan dolayı bu örnek "*İçeriğe bağlı olarak oluşturulan kural ile problem çözme*" göstergesi olarak kabul edilmektedir. Bu sebeple bu örneğin genelleme yapma sürecinde fonksiyonel düşünmenin gelişimini, bununla birlikte cebire geçiş sürecini olumsuz etkileyebileceği düşünülmektedir.

4. Tartışma

Çalışmanın bulguları incelendiğinde beşinci sınıf ders kitabında ağırlıklı olarak şekil örüntülerini içeren, ardışık terimler arasındaki farkın kullanılarak sonraki terimi bulmaya yönelik örüntülere, örüntü kuralını bulmak için şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürerek genelleme yapmayı içeren örneklerle, aynı zamanda örüntüyü tablo halinde oluşturup artış miktarını belirlemeye yönelik etkinlikler bulunmaktadır. Matematik öğretim programı dikkate alındığında bu örneklerin ders kitaplarında yer alması beklenen bir durum olmaktadır. Bu örneklerde şekil örüntülerindeki ilişkilerin görülebilmesi için şekil örüntüsünün sayı örüntüsüne dönüştürüldüğü dikkat çekmektedir. Bu durumun öğrencilerin farklı bakış açısı geliştirmelerini sınırlandıracağı ve öğrencileri ağırlıklı olarak sayı örüntüsü oluşturmaya yönlendireceği düşünülmektedir. Bununla birlikte Mouhayar ve Jurdak (2014), örüntüleri genelleme sürecinde öğrencilerin şekil üzerinden ulaşılan ilişkileri geri planda bıraktığını ve sayı örüntüsü oluşturmaya benimsediklerini ortaya koymuştur. Benzer şekilde Rivera ve Becker (2011) öğrencilerin şekil örüntüsünü sayı örüntüsüne dönüştürmeye yönelik eğilimlerinin olduğunu belirtmiştir. Öte yandan Barbosa ve Vale (2015) şekil örüntülerinin incelenerek genelleme yapılmasının nesne ve kavramlar arasındaki ilişkilerin kuvvetlenmesini, sembollerin ve ifadelerin daha kolay anlaşılmasını sağladığını ifade etmektedir. Başka bir ifadeyle şekil örüntülerini sayı örüntüsüne dönüştürmeden, şekil örüntüsü üzerinden farklı ilişkilere ulaşılmasının fonksiyonel düşünme ve genellemede kullanılan sembollerin kavranmasını sağlayacağı belirtilmektedir. Fonksiyonel düşünmeyle birlikte kurulan ilişkilerin sembollerle ifade edilmesinin ise cebire geçiş sürecini kolaylaştıracağı düşünülmektedir. Dolayısıyla ders kitaplarında şekil örüntülerini inceleyen örneklerle ağırlık verilmesi gerektiği düşünülmektedir. Şekil örüntülerinin incelenmesinin yanı sıra farklı türde örüntülere de yer verilmesinin önemli olduğu belirtilmektedir (Rivera & Becker, 2011). Ders kitapları incelendiğinde ise azalan örüntü örneklerinin sınırlı sayıda ele alındığı görülmektedir. Ders kitaplarında sadece artan örüntü etkinliklerine yer verilmesinin genelleme yapma sürecinde öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerini sınırlandırabileceği düşünülmektedir. Bu anlamda ders kitaplarında farklı örüntü türlerinin yer almasının, öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişimini olumlu etkileyeceği düşünülmektedir. Fonksiyonel düşünme ise cebirin özünü oluşturduğundan (Akkan, 2009) dolayı aynı zamanda öğrencilerin cebire geçiş sürecini de önemli ölçüde etkileyeceği ön görülmektedir. Yedinci sınıf ders kitaplarında verilen şekil örüntüleri üzerinde şekiller arasındaki değişime ve ilişkiye dikkat çekilmekte, örüntüleri tablo haline getirdikten sonra terim sayısı ile terimdeki nicelik arasındaki ilişkiyi keşfettirmeye yönlendirecek tartışma içeren sorular sorularak öğrencilerin kendi düşüncelerini ifade etmeleri istenmekte, örüntünün genel kuralına ulaşırken tablo kullanılmasının, tablo üzerinde ilişkilerin renk ve görsellerle açıklanmasının öğrenciler için daha anlaşılır ve keşfettirici olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Öte yandan yer alan örneklerin birbirine benzer örnekler olduğu ve farklılaşmadığı görülmektedir. Bu durumun öğrencileri soru türü ve çözümüne yönelik ezberle yönlendireceği düşünülmektedir. Ayrıca 5. ve 7. sınıf ders kitaplarının ikisinde de örüntü etkinliklerinde birden fazla çözüm yolu üretilmesine yönelik etkinlikler bulunmamaktadır. Öte yandan Doğan-Temur ve Turgut (2020), yaptıkları çalışmada öğrencilerin örüntü genellemede farklı stratejiler geliştirmelerinin sağlanması gerektiğini belirtmektedir. Farklı genelleme stratejilerinin kullanılmasının öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerini geliştireceği düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin genelleme yapmaya yönelik farklı bakış açısı

geliştirmelerinin ve fonksiyonel düşünmenin geri planda kaldığı belirlenmektedir. Bununla birlikte yapılan çalışmalarda, örüntü ve etkinliklerde birden fazla çözüm yöntemine yer verilerek öğrencilerin fonksiyonel düşüncelerinin gelişime katkı sağlaması gerektiği önerilmektedir (Kieran, 2018; Rivera & Becker, 2011; Türkmen & Tanışlı, 2019; Türkoğlu & Cihangir, 2017). Bu anlamda ders kitaplarında yer alan örüntülerin birden fazla çözüm stratejisiyle genellenmesine yer verilmesi gerektiği düşünülmektedir.

5. sınıf ders kitabında verilen örnekler bakıldığında ardışık terimler arasındaki farkı bir sonraki terime ekleyerek gelecek terimi bulmaya yönelik (yinelemeli strateji) örnekler ağırlık verildiği görülmektedir. Matematik öğretim programında 5. sınıf kazanımları dikkate alındığında adımlar arasındaki farkı sabit olan örüntülerle sınırlı kalınması gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2018). Dolayısıyla verilen örneklerde ağırlıklı olarak bu durumun ele alınması beklenen bir durum olmaktadır. Örneklerde yer alan şekil örüntülerinde ise genellikle ilk olarak bir sonraki adımın öğrenciler tarafından devam ettirilmesi istenmektedir. Bu örneklerde de, şekiller üzerinde gerçekleştirilen ekleme veya çıkarmaya göre bir sonraki şekilde ekleme veya çıkarma yapılabilmekte, bu durumun da yinelemeli stratejiler içerisinde yer aldığı (Tanışlı & Özdaş, 2009) belirtilmektedir. Ancak yinelemeli stratejiler, fonksiyonel stratejilere göre daha düşük seviyede düşünmeyi gerektirmektedir (Özdemir vd., 2014). Tanışlı ve Türkmen (2019) ise 5. sınıf öğrencilerinin örüntülerdeki fonksiyonel ilişkileri değişken kullanarak ifade edebildiklerini belirtmektedir. Bu anlamda Türkmen ve Tanışlı (2019) cebir öncesi dönemde 5. sınıf seviyesinde fonksiyonel ilişkileri bulma ile ilgili becerilerin geliştirilebileceğini, bununla birlikte öğretim araçlarının artırılması ve geliştirilmesi gerektiğini dile getirmişlerdir. Dolayısıyla cebire geçiş sürecini geliştirmek açısından şekil örüntülerinde de fonksiyonel düşünmeyi geliştirecek örnekler yer verilmesi gerekmektedir. Verilen örneklerin bir kısmında ise şekil örüntülerinin sayı ve tablo haline dönüştürülmesi istenmektedir. Palabıyık ve Akkuş-İspir (2011), öğrencilerin hem sayı örüntülerini hem de şekil örüntülerini tablo haline dönüştürmelerinin bazı öğrenciler için örüntüdeki ilişkileri bulmayı kolaylaştırdığını belirtmektedir. Ancak Tanışlı ve Özdaş (2009) ile Lan Ma (2007), öğrencilerin şekil örüntülerinde sayı örüntülerine göre daha kolay genellemeye ulaştıklarını ortaya koymaktadır. Benzer şekilde Kocamaz ve İkikardeş (2021) 7. sınıf öğrencilerinin en çok şekil örüntülerinde başarılı olduklarını belirtmektedir. Ayrıca Rivera ve Becker (2011) öğrencilerin şekilsel dönüşümler içeren örüntülerde, görsel stratejiler bulabilmesi için bu örnekler ihtiyacı duyulduğunu belirtmektedir. Öte yandan Özdemir vd. (2014) örüntü kuralı bulmada öğrencilerin görsel stratejilere yer vermeyi tercih etmediğini ve sayısal ilişki kurmaya odaklandıklarını ortaya koymaktadır. Bu anlamda öğrencilerin hem şekil örüntüleri üzerinde görsel stratejiler kullanmaya hem de sayısal ilişkilere yer veren etkinliklere ihtiyacı duyduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla ders kitaplarında örüntü örneklerinin çeşitlendirilmesi gerekmektedir.

7. sınıf ders kitabında verilen örnekler bakıldığında genel olarak örüntü kuralı bulmanın ezber yaklaşımıyla birlikte gerçekleştirildiği görülmüştür. Dolayısıyla bu kitapta içeriksel strateji olarak bahsedilen, içeriğe bağlı olarak oluşturulan kural ile problem çözmeye (Akkan vd., 2017; Akkan & Çakıroğlu, 2012) ağırlık verilmektedir. Ancak bu strateji sebebiyle kitaptaki örneklerin, öğrencilerin fonksiyonel düşünmesinden ziyade bir takım işlemsel adımların tekrar edilerek ezber yapılmasına sebep olabilecek yönde olduğu belirlenmiştir. Hâlbuki öğrencilerin, örüntüdeki terim sayısı ile terimdeki değer arasındaki ilişkiyi kurabilmeye (Özdemir vd., 2014) yönlendirilmesi gerektiği belirtilmektedir. Özdemir vd. (2014), fonksiyonel strateji adı verilen bu yöntemde, fonksiyonel düşünmenin daha üst düzeyde gerçekleştiğini belirtmektedir. Kieran (2017), nicelikler arası ilişkilerin incelenmesinin fonksiyonel düşünmeyi geliştirerek cebirsel düşünmenin odak noktası haline geldiğinden bahsetmektedir. Bununla birlikte Pang ve Sunwoo (2022), örüntülerle birlikte fonksiyonel düşünmenin gelişimini; günlük hayat örneklerinden ilişkileri ele alma, farklı örüntü çeşitlerine yer verme, örüntüdeki ilişkileri farklı şekillerde yorumlayabilme ve kurulan ilişkileri sembole temsil etme şeklinde dört başlıkta toplamıştır. Bu doğrultuda ders kitaplarındaki örnekler düzenlendiğinde öğrencilerin değişen nicelikler arasında ilişkileri kurmada daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca Akkan ve Çakıroğlu (2012), cebire geçiş sürecinin temellerini sağlamlaştırmak açısından öğretmenlerin farklı örüntü genelleme stratejilerine önem vermesi gerektiğini, özellikle de fonksiyonel (kesin) strateji mantığının öğrencilere kavratmaları gerektiğini önermişlerdir.

7. sınıf ders kitapları incelendiğinde örnekler içerisinde en çok yer verilen göstergenin örüntünün genel kuralını fark ettirmek için farklı temsiller kullanma olduğu belirlenmiştir. Bu örnekler incelendiğinde 5. sınıfta olduğu gibi verilen şekil örüntülerinin ya sayı örüntüsüne ya da tablo haline dönüştürüldüğü (Şekil 2) görülmektedir. Yapılan araştırmalara bakıldığında şekil örüntülerinin sayı örüntülerine dönüştürüldüğüne sıklıkla yer verilmektedir (Becker & Rivera, 2006). Literatürde tablo kullanımının öğrencilerin ilişkileri görmeyi kolaylaştırdığı belirtilse de (Palabıyık & Akkuş-İspir, 2011), bazı çalışmalar şekil örüntüleri üzerinde çalışmanın ilişkileri bulmada daha faydalı olduğunu belirtmektedir (Lan Ma, 2007; Tanışlı & Özdaş, 2009). Ayrıca Özdemir (2021), öğrencilerin tablo halinde verilen terim ve terim sayısı arasındaki ilişkileri bulmada şekil örüntüsüne göre daha çok zorlandıklarını belirtmektedir. Dolayısıyla 7. sınıf seviyesinde de şekil örüntülerine yer veren etkinlikler üzerinde daha çok tartışılması gerektiği önem kazanmaktadır. Setiawan, Purwanto, Parta ve Sisworo (2020), yaptıkları çalışmada öğrencilerin geometrik ve şekil örüntülerini sayı örüntüsüne dönüştürdüğünü ancak öğrencilerin şekil örüntüleri üzerinde daha fazla çalışması gerektiğini önermektedirler. Özellikle geometrik

örüntülerin, aritmetikten cebirsel düşünmeye geçişte yardımcı olduğu yapılan çalışmalarda belirtilmektedir (Apsari, Putri, Sariyasa, Abels & Prayitno, 2019). Ayrıca 5. ve 7. sınıf ders kitaplarında ortak olarak en az yer verilen göstergenin terim sayısı ile terimin değeri arasındaki ilişkiyi öğrencilerin kendi cümleleriyle ifade etmelerini sağlama olduğu belirlenmiştir. Hâlbuki örüntülerin öğretilmesi esnasında öğrencilerin kendi düşüncelerini ortaya koymalarını, derinlemesine düşünmelerini sağlayacak ortamlar oluşturması gerektiği belirtilmektedir (Palabıyık & Akkuş-İspir, 2011).

Örüntünün genelleştirilmesinde aynı soruda birden fazla yol/çözüm yöntemi sunulması (Akkan vd., 2017) önerilmektedir ancak beşinci ve yedinci sınıf ders kitaplarındaki örneklerde örüntüleri genellemede sadece bir çözüm yönteminin kullanıldığı, genellemeye ulaşırken farklı yollara başvurmaları için öğrencilerin yönlendirilmediği görülmektedir. Bazı sorular birden fazla strateji ile çözüme uygun olsa da sorularda doğrudan buna teşvik edecek yönde alt ifadeler yer verilmediği görülmüştür. Bu sebeple ders kitaplarında farklı stratejilerle kuralı bulunabilecek sayı örüntülerine yer verilmesi gerekmektedir. Sayı örüntüleri kadar şekil örüntüleri de genelleme yapma sürecinde önem arz ettiğinden (Lan Ma, 2007) farklı görsel stratejilerin kullanılabilirliği örneklerin artırılması da önerilmektedir. Benzer şekilde Lawrence ve Hennessy (2002), verilen bir şekil örüntüsünde üç farklı çözüm yoluyla aynı genel kuralın bulunabileceğini, öğrencilere farklı yollar bulmaları için fırsat verilmesi gerektiğinden bahsetmektedir.

Örneklerin, azalan örüntüleri içermesi açısından eksik kaldığı görülmektedir. Rivera ve Becker (2011), verilen bir şekil örüntüsünde sadece sayısal ilişkilere odaklanılmasının ve sadece artış miktarına odaklanılmasının, fark edilebilecek ilişkilerin yüzeysel algılanmasına sebebiyet verebileceğini vurgulamaktadır. Bundan dolayı şekil örüntüsünde yer alan şekillerin yapısı, rengi gibi özelliklerine göre görsel ilişkilere de önem vermeye, azalan örüntülere de yer vermeye dikkat edilmesi gerekmektedir.

NCTM'e (2000) göre 3-5. sınıf öğrencileri genel kuralları belirlemek için kutu, harf veya başka sembolleri kullanabilmelidir. Ancak müfredata bakıldığında öğrenciler cebir ile ilk olarak 6. sınıfta karşılaşmaktadır (MEB, 2018) ve 5. sınıf kitaplarında sembol kullanarak genelleme yapmaya yer verilmemektedir. Dolayısıyla 5. sınıfta aritmetikten cebire geçiş aşamasının bileşenlerinden biri olan genelleme yapmayı öğrenciye hissettirmek, örüntünün kuralını sözel olarak ifade etmelerini sağlayarak bir sonraki aşama olan sembolle ifade etmeye hazırlamak önem kazanmaktadır. Topbaş – Tat (2020) öğrencilerin örüntü kuralı bulurken harfli sembol kullanımında zorlandıklarını ve önyargı oluşturduklarını belirtmiştir. Bu anlamda da 6. ve 7. sınıf kazanımları içerisinde, harfli sembollerin anlamına ağırlık veren etkinliklerin içerilmesi önerilmektedir. İncelenen kitaplarda dikkat çeken bir diğer kısım, sayı ve şekil örüntüleri haricinde farklı örüntü çeşitlerine yer verilmemesidir. Yurt içi ve yurt dışı çalışmalarda sayı ve şekil örüntülerinin yanı sıra lineer (birinci dereceden) ve lineer olmayan, örüntüler, resimli örüntüler, geometrik örüntüler, genişleyen örüntüler gibi birçok çeşidin yer aldığı görülmektedir (Akkan, 2013; Feifei, 2005; Lannin, 2005; Rivera, 2007). Ancak ülkemizde ilkökul ve ortaokul matematik öğretim programında sayı ve şekil örüntüleriyle birlikte lineer ve kuadratik (ikinci dereceden) örüntülere ağırlık verildiği görülmektedir (Akkan & Çakıroğlu, 2012; Yeşildere & Akkoç, 2011). Feifei (2005), öğrenme ortamlarında farklı örüntü çeşitlerine değinilmediğinde, öğrencilerin örüntü problemleri karşısında çözüm stratejilerinin sınırlı kalacağını, bu durumun öğrencileri ezber yapmaya yönlendirdiğini ve cebire geçiş süreçlerini zorlaştırdığına vurgu yapmaktadır.

5. Sonuç ve Öneriler

Çalışmanın sonuçları incelendiğinde beşinci ve yedinci sınıf ders kitaplarının ikisinde de örüntü genellemede sadece bir çözüm yöntemine odaklanılmasına yer verildiği görülmekte, öğrencilerin genel kurala ulaşmalarını sağlarken verilen ifadelerin öğrencileri farklı yollar bulmaya teşvik etmediği görülmektedir. Ayrıca örneklerin azalan örüntüleri içermesi yönünden eksik kaldığı belirlenmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin örüntülerdeki ilişkileri daha iyi kavrayabilmeleri, fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişimi ve cebire geçiş sürecine katkısı bakımından ders kitaplarında farklı türde örüntü örneklerini içermesi gerektiği, öğrencileri farklı stratejilerle çözüme ulaştırmaya yönelik alt ifadeler yer verilmesi gerektiği, öğrencilerin hata yapabileceği noktalara yönelik karşılaştırmalı örneklere yer verilmesi gerektiği önerilmektedir. Ayrıca cebire geçiş sürecinin sağlıklı bir şekilde gerçekleştirilebilmesi için ders kitaplarında şekil örüntüleri üzerinde örüntü kuralını farklı stratejilerle bulmaya yönelik etkinliklere ağırlık verilmesi gerektiği önerilmektedir. 5. sınıf ders kitaplarında farklı stratejiler içeren örüntü genelleme etkinliklerinin artırılmasının ilerleyen yıllarda öğrencilerin ilişki kurma ve genelleme yapma sürecini olumlu yönde etkileyeceği düşünülmektedir. Bu sebeple ders kitaplarında farklı strateji içeren şekil örüntülerine yer verilmelidir. Ders kitaplarındaki örüntü genelleme konusuyla ilgili etkinliklerin cebire geçiş sürecine ilişkin önemli göstergeler ve literatürde yapılan çalışmalarda yer verilen fikirler göz önünde bulundurularak düzenlenmesi önerilmektedir. Bu çalışmada ders kitapları aritmetikten cebire geçiş sürecinin genelleme yapma bileşeniyle sınırlandırılmıştır. Bu sebeple ders kitapları aritmetikten cebire geçiş sürecinin farklı bileşenleri bağlamında incelenebilir.

Not: Bu makale 28-30 Ekim 2021 tarihinde TÜRK BİLİM 5 Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

Kaynaklar / References

- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* (Doktora tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Akkan, Y. (2013). Comparison of 6th-8th graders' efficiencies, strategies and representations regarding generalization patterns. *BOLEMA*, 27(47), 703-732.
- Akkan, Y. (2016). Cebirsel düşünme. (Ed.E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat). *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s. 43-63). Pegem Akademi: Trabzon.
- Akkan, Y., Öztürk, M., Akkan, P., & Küçük - Demir, B. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin aritmetik ve cebir problemleri hakkındaki görüşleri ve inançları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(1), 156-176.
- Akkan, Y., & Baki, A. (2016). Doğal sayı sistemindeki özellikleri genelleme yoluyla görünür kılma bağlamında ortaokul öğrencilerinin cebire geçişlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(2), 198-230.
- Akkan, Y., Akkan, P., & Güven, B. (2017). Aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili farkındalık. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(24), 527-558.
- Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Akkan, Y. & Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 37(165), 104-120.
- Akkaya, R. & Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışlarının giderilmesinde çalışma yapılarının etkililiği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 27, 1-16.
- Apsari, R.A., Putri, R.I.I., Sariyasa, Abels, M., & Prayitno, S. (2019). Geometry representation to develop algebraic thinking: a recommendation for a pattern investigation in pre- algebra class. *Journal on Mathematics Education*, 11(1), 45-58.
- Bailey, K. D. (1994). *Methods of social research*. The Free Press.
- Blanton, M. L. & Kaput, J. J. (2004). Elementary grades students 'capacity for functional thinking. (Eds: M. J. Hoines & A. Fuglestad). *Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 135-142.
- Becker, J. R. & Rivera, F. (2006). Generalization strategies of beginning high school algebra students. In H. L. Chick ve J. L. Vincent (Ed.) *Proceeding of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 121-128. Melbourne: PME.
- Chua, B. L. & Hoyles, C. (2014). Generalisations of linear figural patterns in secondary school mathematics. *The Mathematics Educator*, 15(2), 1-30. Retrieved from https://www.researchgate.net/profile/Boon-Liang-Chua/publication/266676288_Generalisation_of_Linear_Figural_Patterns_in_Secondary_School_Mathematics/links/5437667e0cf2bf1f2d5411/Generalisation-of-Linear-Figural-Patterns-in-Secondary-School-Mathematics.pdf
- Dede, S. Ç. & Arslan, S. (2019). Türkiye’de 2002-2018 yılları arasında matematik ders kitapları üzerine yapılmış tezlerin ve makalelerin analizi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(1), 176-195.
- Eroğlu, D. (2021). Yedinci sınıf ders kitaplarındaki örüntüler konusunun “zihinsel alışkanlıklar” perspektifinden incelenmesi. *Ulusal Eğitim Akademisi Dergisi*, 5(1), 62-78.
- Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, 45, 633-646.
- Feifei, Y. (2005). *Diagnostic assessment of urban middle school student learning of prealgebra patterns* (Unpublished doctoral dissertation), Ohio State University, USA.
- Fox, J. (2005). Child-initiated mathematical patterning in the pre-compulsory years. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceeding of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 313-320. Melbourne: PME.
- Geraniou, E. & Mavrikis, M. (2015). Crossing the bridge: From a constructionist learning environment to formal algebra. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2494– 2500). Prague, Czech Republic.
- Gürbüz, R. & Toprak, Z. (2014). Aritmetikten cebire geçiş sağlayacak etkinliklerin tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (NEF-EFMED)*, 8(1),178-203.
- Güvendiren, G. N. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel düşüncelerinin üç parametreyle birlikte incelenmesi: niceliksel muhakeme, kovaryasyonel ve fonksiyonel düşünme* (Yüksek Lisans Tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Kılıç, S. D. (2019). Matematik öğretmen adaylarının, 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel örüntüleri genellemelerine ilişkin farkındalıkları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27(4), 1713-1728.

- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F.K.Lester (Ed). *Second Handbook of Research Mathematics Teaching and Learning*. 707-762. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Kieran, C. (2018). Seeking, using, and expressing structure in numbers and numerical operations: a fundamental path to developing early algebraic thinking. In: Kieran, C. (eds) *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham.
- Kocamaz, B. & İkikardeş, N.Y. (2021). Örüntüler konusunda 7.sınıf öğrencilerinin karşılaştıkları zorlukların incelenmesi. *BAUN Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 23(2), 831-849.
- LaRochelle, R., Nickerson, S.D., Hawthorne L.C., Philipp R.A., & Ross, D. L. (2019). Secondary practising teachers' professional noticing of students' thinking about pattern generalisation. *Mathematics Teacher Education and Development*, 1, 4-27.
- Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities, in N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*, 87-106. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Lan Ma, H. (2007). *The potential of patterning activities to generalization*, in J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), *Proceeding of the 31th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 225- 232. Seoul: PME.
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 73(7), 231-258.
- Lawrence, A. & Hennessy, C. (2002). *Lessons for algebraic thinking: grades 6-8*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Mouhayar, R. E. & Jurdak, M. (2014). Variation of student numerical and figural reasoning approaches by pattern generalization type, strategy use and grade level. *Department of Education Faculty of Arts and Sciences*, 47(2), 197-215. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1068391>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Özdemir, E., Dikici, R. & Kültür, M.N. (2014). Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri: 7. sınıf örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(2), 523-548.
- Özel, Z. (2019). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrencilerin cebirsel düşüncelerini fark etme becerilerinin örüntü genelleme bağlamında incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Palabıyık, U. & Akkuş-İspir, O. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 111-123.
- Pang, J. & Sunwoo, J. (2022). Design of a pattern and correspondence unit to foster functional thinking in an elementary mathematics textbook. *ZDM Mathematics Education*, 54, 1315–1331.
- Rivera, F. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: Understanding figural generalization. *Mathematics Teacher*, 101(1), 69-75.
- Rivera, F. D. & Becker, J.R. (2011). Formation of pattern generalization involving linear figural patterns among middle school students: results of a three-year study. *ZDM*, 40(1), 65–82. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0062-z>
- Setiawan, Y. E., Purwanto, P., & Sisworo & N.I. (2020). Generalization strategy of linear patterns from field-dependent cognitive style. *Journal on Mathematics Education*, 11(1), 77-94.
- Smith III, J. P., Males, L. M., Dietiker, L. C., Lee, K. & Mosier, A. (2013). Curricular treatments of length measurement in the united states: do they address known learning challenges? *Cognition and Instruction*, 31(4), 388-433.
- Şahin, Ö. & Başgöl, M. (2019). Türkiye’de matematik ders kitaplarına yönelik yapılan araştırmalardaki eğilimler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 13(1), 328-358. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.508802>
- Tanışlı, D. & Özdaş, A. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genellemede kullandıkları stratejiler. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Kuram ve Eğitim Bilimleri*, 1453-1497.
- Topbaş Tat, E. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin örüntüler hakkındaki görüşleri. *Maarif Mektepleri Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(2), 19-31.
- Türkoğlu, D. (2017). *Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta – sentez çalışması* (Yüksek Lisans Tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Türkoğlu, D. & Cihangir, A. (2017). Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir metasentez çalışması. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 25-39.
- Türkmen, H. & Tanışlı, D. (2019). Cebir öncesi: 3. 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeyleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research Education*, 7(1), 344- 372.
- Uzun, N. (2021). *Cebire geçiş sürecini desteklemeye yönelik sanal manipülatiflerin tasarımı, uygulanması ve değerlendirilmesi* (Doktora Tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.

- Wach, E. & Ward, R. (2013). Learning about qualitative document analysis. *IDS Practice Paper in Brief*, 13, 1-11.
- Walkoe, J. (2014). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 1-28. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9289-0>
- Van Amerom, B. (2002). *Reinvention of early algebra: developmental research on the transition from arithmetic to algebra* (Doctoral Thesis). University of Utrecht, The Netherlands.
- Vance, J. H. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4(5), 282- 285. <https://doi.org/10.5951/TCM.4.5.0282>
- Yeşildere, S. & Akkoç, H. (2010). Matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin konuya özel stratejiler bağlamında incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 125-149.
- Yıldırım, İ. (2019). 5-8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA değişim ve ilişkiler ölçeğine göre incelenmesi (Yüksek Lisans Tezi). <http://tez.yok.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Yıldız, P., Koza-Çiftçi, Ş., Şengil Akar, Ş. & Sezer, E. (2015). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve değişkenleri yorumlama sürecinde yaptıkları hatalar. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 8(1), 18-31.