

Investigation of 9th Grade Mathematics Textbooks According to PISA 2003 Space and Shape Scale

Bilge Bayram^a and Gökay Açıkyıldız^b

^aTurkish Ministry of National Education, Turkey (ORCID: 0009-0007-8041-6514)

^b29 Mayıs University, Faculty of Education, Turkey (ORCID: 0000-0002-0396-9269)

Article History: Received: 17 January 2024; Accepted: 11 April 2024; Published online: 26 April 2024

Abstract: International assessment and evaluation exams help countries evaluate and improve their education systems. PISA (Program for International Student Assessment) is a study conducted by the Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) to assess the knowledge and skills acquired by 15-year-old students in three-year periods. The aim of this study is to examine the solved geometry questions in the 9th grade textbooks, one of which is published by a private publishing house and the other by the Ministry of National Education, which are being taught in Turkey and prepared according to the 2018 curriculum according to the PISA 2003 scale of space and shape, which is one of the PISA mathematics content areas. In this study, data were obtained using document analysis technique. While 6 levels were defined in the PISA 2003 Space and Shape Scale, it was observed that all levels were not included in the 9th grade mathematics textbooks. In both of the 9th grade textbooks examined, it was revealed that more questions at the 2nd level were included according to the PISA 2003 space and shape scale. However, while the textbook published by the MoNE includes questions at level 5, the textbook published by the private publishing house does not include questions at this level. It is thought that the questions in the textbook published by the private publishing house encourage students to practice more and are exam-oriented, while the questions in the textbook published by the MoNE have a structure that aims to take students to higher levels.

Keywords: PISA space and shape, Textbook, Geometry, Document analysis

Öz: Uluslararası ölçme ve değerlendirme sınavları, ülkelerin kendi eğitim sistemlerini değerlendirerek geliştirmelerine yardımcı olmaktadır. PISA (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı), Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (OECD) tarafından üçer yıllık dönemler halinde, 15 yaş grubundaki öğrencilerin kazanmış oldukları bilgi ve becerileri değerlendiren bir araştırmadır. Bu araştırmanın amacı, PISA matematik içerik alanlarından biri olan uzay ve şekil PISA 2003 ölçeğine göre Türkiye’de okutulmakta olan ve 2018 öğretim programına göre hazırlanan biri özel bir yayınevine diğeri de MEB’in yayınlamış olduğu 9. sınıf ders kitaplarında yer alan çözümlü geometri sorularını incelemektir. Bu araştırmada veriler, doküman analizi tekniği kullanılarak elde edilmiştir. PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğinde 6 düzey tanımlanmakta iken 9. Sınıf matematik ders kitaplarında bütün düzeylere yer verilmediği görülmüştür. İncelenen 9. Sınıf ders kitaplarının ikisinde de PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre daha çok 2. düzeyde sorulara yer verildiği ortaya çıkmıştır. Ancak MEB’in yayınlamış olduğu ders kitabında 5. düzeye ait sorular yer alırken Özel yayınevinin yayınlamış olduğu ders kitabında bu seviyede sorular bulunmamaktadır. Özel yayınevini yayınlamış olduğu kitapta yer alan sorular öğrencileri daha çok pratik yapmaya teşvik ettiği ve sınav odaklı olduğu düşünülürken MEB’in yayınlamış olduğu kitapta yer alan soruların öğrencileri üst düzeylere çıkarmayı hedefleyen bir yapıya sahip olduğu düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: PISA uzay ve şekil, Ders kitabı, Geometri, Doküman analizi

[Türkçe sürüm için tıklayınız](#)

1. Introduction

International assessment and evaluation exams help countries evaluate and improve their own education systems. PISA (Program for International Student Assessment), one of these exams, is a research conducted by the Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) to assess the knowledge and skills acquired by students in the 15 age group in three-year periods. The main purpose of PISA is to measure students' ability to use the knowledge and skills they learn at school in daily life (PISA, 2018). PISA focuses on students' reading skills, mathematics and science literacy competencies. Textbooks used in schools are considered to have an important place in gaining these competencies.

Textbooks are one of the most important and common tools used in the educational process (Beaton et al., 1996). Because textbooks are important educational materials that explain subjects in a way that is appropriate for students' age and level (Bayrakçı, 2005; Altun, 2004). Textbooks prepared for students and used in mathematics education positively affect the success of students (Reys & Reys, 2006). Because mathematics textbooks have a lot of examples and exercises with solutions in terms of content, they help students understand the basics of mathematics (Yeap, 2005).

Corresponding Author: Bilge Bayram 

email: bilge_bayram19@trabzon.edu.tr

Citation Information: Bayram, B. & Açıkyıldız, G. (2024). Investigation of 9th grade mathematics textbooks according to PISA 2003 space and shape scale. *Turkish Journal of Mathematics Education*, 5(1), 16-41.

The mathematics content area in PISA consists of four domains. These are change and relationships (functions and algebra including algebraic expressions, equations, inequalities, tabular and graphical representations), space and shape (perspective drawings, drawing and transforming maps and other shapes, three-dimensional views), multiplicity (subtopics and actions such as numbers, numerical operations, mental calculations, estimation and evaluation of results), uncertainty and data (probability and statistics) (MoNE, 2018, pp. 60-61).

In Turkey, there are three learning areas in mathematics textbooks: numbers and algebra, geometry, data, counting and probability (MoNE, 2018). These learning areas are aligned with the content areas of the PISA exam as follows:

- Numbers, with multiplicity
- Algebra, change and relationships
- Geometry, space and shape
- Data, counting and probability are associated with uncertainty and data.

Many factors affect student achievement in mathematics content areas in the countries participating in the PISA test. One of the most important of these factors is teachers (Dursun & Dede, 2004). One of the most important resources of teachers is textbooks (Baki & İskenderoğlu, 2011). Teachers' teaching quality is directly affected by the type of textbooks they use (Pratama & Retnawati, 2018). In addition, the preparation of textbooks suitable for exams is a factor that will positively affect students' success (Toklucu, 2005). The mathematical activities presented to students during the lesson are usually selected from the textbook (Bozkurt & Kuran, 2016). This means that textbooks help teachers with activities to teach concepts/topics. For teachers to teach effectively, textbooks should be prepared in a way that fosters meaningful learning for both teachers and students. For this reason, it is thought that the fact that the questions in the textbooks are compatible with the PISA exam will positively affect the success of the students. To test this, 9th grade mathematics textbooks were examined based on the space and shape scale in PISA.

1.1. Literature Review

In the study conducted by Baki and İskenderoğlu (2011), the questions in 8th grade mathematics textbooks were examined according to PISA mathematics proficiency levels. As a result of the study, it was seen that the questions in the 8th grade mathematics textbooks were at the 1st and 3rd level of PISA mathematics proficiency levels. It was also stated that there were no questions at the 5th and 6th level. The researchers suggested that 9th grade mathematics textbooks should be examined at the PISA mathematics proficiency level. Seis (2011) examined 6th - 8th grade mathematics textbooks according to the PISA 2003 uncertainty scale and made a comparison between the levels in the textbooks. As a result of the analysis, it was revealed that the majority of the questions in the mathematics textbooks consisted of questions belonging to the 2nd and 3rd levels. In addition, Seis (2011) stated in his study that the textbooks are not sufficient to provide higher level skills. In addition, Yıldırım (2019) investigated the extent to which 5th-8th grade mathematics textbooks cover the PISA 2003 change and relationships scale. As a result of this research, it was revealed that most of the questions were at level 2. However, it was stated that there were no questions at levels 4, 5 and 6 in the textbooks. Unlike other studies, Baltacı and Biber (2021) comparatively examined the 8th grade mathematics textbooks taught in Turkey and Singapore according to the PISA mathematics proficiency scale. The results of the study showed that Turkey's 8th grade mathematics textbooks had the most questions at level 2 and no questions at levels 5 and 6. It was also stated that 8th grade mathematics textbooks in Singapore were at a higher level than those in Turkey.

Figure 1 shows Turkey's performance in PISA exams between 2003 and 2018 (MoNE, 2018).

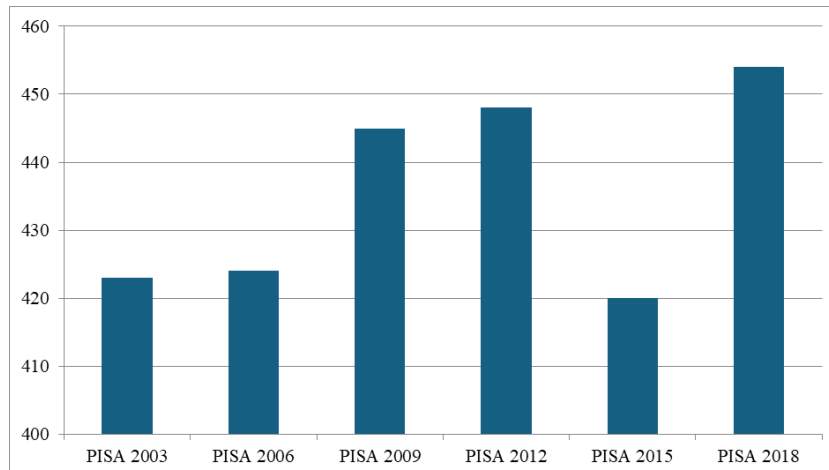


Figure 1. Change in Turkey's mathematics performance between PISA 2003 and PISA 2018 (MoNE, 2018)

As seen in Figure 1, between 2003 and 2018, Turkey's achievement in the PISA exam varies between 423 and 454. While Turkey showed an increase between PISA 2003 and PISA 2012, it experienced a decline in PISA 2015. In the PISA 2018 exam, it reached the highest average compared to other years. However, Turkey has not been able to exceed the PISA average mathematics score in any exam (MoNE, 2018). The socioeconomic and socio-cultural level of the student (Sarier, 2016), motivation, attitude, interest and self-confidence (Akan, 2016), the value that the school places on academic achievement (Akan, 2016), teacher-student communication (Erden et al., 2014) and the resources used at school (Acar, 2012) can be stated as factors that explain Turkey's low success in the PISA exam.

1.2. Rationale for the Study

In this study, one of the factors affecting the success of the PISA exam was studied on textbooks among school resources. While there are studies in the literature using the scale of change and relationships (Yıldırım, 2019), probability and statistics (Seis, 2011), there are not enough studies on the examination of textbooks according to the space and shape scale. It is aimed that the findings obtained in this study will contribute to the literature by providing significant results in terms of filling this gap. In addition, while middle school textbooks have been analyzed in the studies, there is no study on 9th grade textbooks. Therefore, in this study, the solved geometry questions in 9th grade mathematics textbooks were analyzed according to the PISA 2003 space and shape scale. As a result of the results found in the study, it will be determined at which levels the 9th grade mathematics textbooks include questions according to the space and shape proficiency scale in the PISA 2003 report. In this respect, it is thought to contribute to the development of 9th grade textbooks by making suggestions for their development.

1.3. Purpose of the Study

The aim of this study is to examine the solved geometry questions in the 9th grade textbooks published by a private publishing house and by the Ministry of National Education (MoNE), which are being taught in Turkey according to the Space and Shape PISA 2003 scale, one of the PISA mathematics content areas, and prepared according to the 2018 curriculum.

In line with this purpose, the research questions are as follows:

- 1) What is the level of PISA 2003 space and shape scale competencies in the solved geometry questions in 9th grade textbooks?
- 2) What are the similarities and differences between the levels covered by 9th grade textbooks according to the PISA 2003 space and shape scale?

2. Method

In this study, data were obtained using document analysis technique. Document analysis is the process of collecting existing records and documents related to the research and coding and analyzing them according to certain rules or system (Çepni, 2018). In the process of document analysis, the researcher first obtains and reads the sources suitable for the research. He/she notes useful information for his/her research and makes an evaluation based on the notes he/she takes (Çepni, 2018). In this study, the document analysis technique was used because data will be collected by taking notes on the solved geometry questions in the textbooks.

In this study, two 9th grade textbooks, one published by a private publishing house and the other by the Ministry of National Education, were randomly selected and used in high schools prepared according to the 2018 mathematics curriculum. The solved geometry questions in the textbooks were analyzed by document analysis according to the Space and Shape Scale specified in the PISA 2003 report. 9th grade textbooks were selected because the age group of 15, to which the PISA exam was applied, corresponds to the 9th grade in Turkey.

2.1. Analyzing the Data

In this study, the solved geometry questions in the 9th grade mathematics textbooks were analyzed according to the space and shape scale, taking into account the analysis in the PISA 2003 report. 9th grade textbooks were analyzed by considering the space and shape scale levels in the PISA 2003 report given in Table 1 below.

Table 1. Space and Shape Scale Levels in the PISA 2003 Report.

Levels	General competencies that students should have	Tasks that students can do
Level 1	Familiar pictures or drawings of geometric objects are used. Basic calculation skills are used.	➤ Makes simple calculations using 2-dimensional representations given 3-dimensional objects.

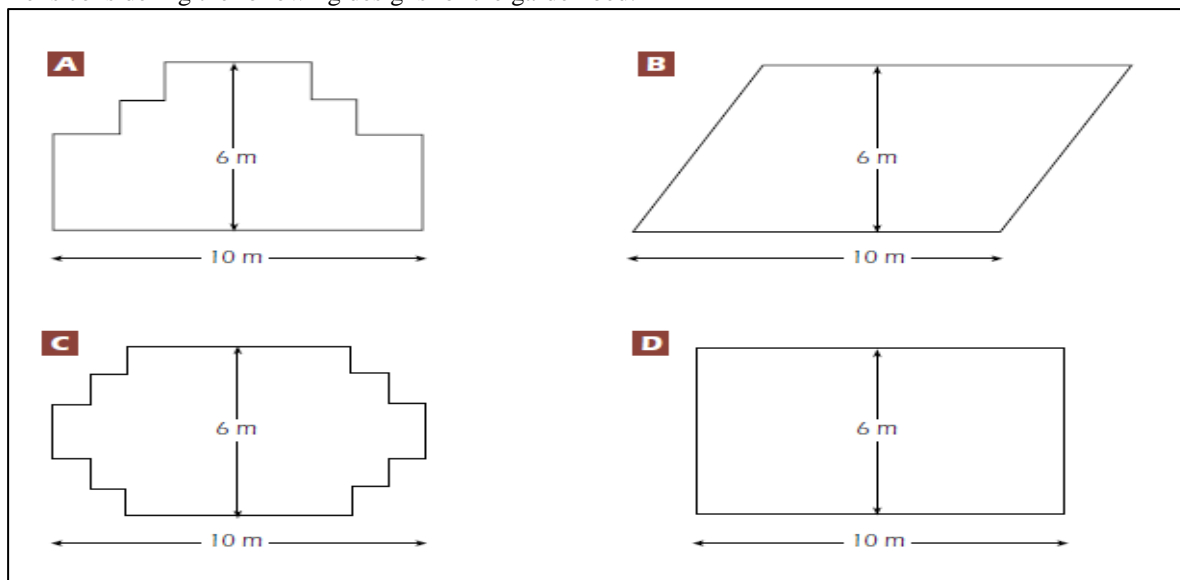
Table 1 continued

Level 2	Solve problems involving a single mathematical representation in which mathematical content is presented directly and explicitly. Use basic mathematical thinking and rules in familiar contexts.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Defines simple geometric patterns. ➤ Uses basic technical terms and definitions. Apply basic geometric concepts (e.g. symmetry). ➤ Mathematical interpretations of terms in everyday language in a geometric context (e.g., larger). ➤ It creates and uses a mental image of an object in both two and three dimensions. ➤ Understands the visual two-dimensional representation of a familiar real-life world. ➤ Apply simple calculations to solve problems in a geometric environment (e.g. subtraction, division by two-digit numbers).
Level 3	Solve problems involving basic spatial and visual reasoning in familiar contexts. Relate different representations of familiar objects to each other. Use basic problem solving skills (designing simple strategies). Apply simple algorithms	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Interpret textual descriptions of unfamiliar geometric situations. ➤ Uses basic problem solving skills (designing a simple strategy). ➤ Spatial and visual perception, basic reasoning skills are used in familiar situations. ➤ It works with a specific familiar mathematical models. ➤ Performs simple calculations such as changing the scale (multiplication, using basic proportional reasoning). ➤ Apply routine algorithms to solve geometric problems (e.g. calculate lengths in familiar shapes).
Level 4	Solve problems involving spatial and visual reasoning and argumentation in unfamiliar contexts. Relate geometric representation to algebra. Apply sequential processing steps. Well-developed skills in spatial visualization and interpretation and can apply these skills.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Interpret complex text to solve geometric problems. ➤ Applies by following the process steps. ➤ Unfamiliar geometric situations are interpreted using spatial insight. ➤ Uses two-dimensional objects in three-dimensional objects in unfamiliar situations. ➤ Relates two different visual representations to each other. ➤ Develop strategies related to geometric context. ➤ Make simple calculations (e.g. multiply a multi-digit decimal number by an integer, apply numerical conversions using proportion and scale, calculate the area of familiar shapes).
Level 5	Solve problems that require assumptions to be made or involve working with given assumptions. The learner needs to accept certain assumptions. Uses strong spatial reasoning, argument and perspective to identify relevant information. Executes sequential and multiple processes.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Uses spatial/geometric reasoning, argument, reflection and insight on both familiar and unfamiliar two- and three-dimensional objects. ➤ Makes assumptions or works with assumptions to simplify and solve a geometric problem in a real-world setting, e.g. communicating estimates of quantities and explanations in a real-world situation. ➤ Interpret multiple representations of geometric phenomena. ➤ Uses geometric structures. ➤ Conceptualize and design sequential multi-step strategies to solve geometric problems. ➤ Uses well-known geometric algorithms (in unfamiliar cases such as the Pythagorean theorem and calculations involving perimeter, area and volume).
Level 6	Solves problems that require a lot of calculation. Identifies and extracts relevant information. Relates seemingly disparate information. Generalizes results and findings. Provides evidential explanations.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Interpret complex textual descriptions and relate them to other (often multiple) representations. ➤ Uses reasoning in unfamiliar and complex situations. ➤ Uses key perspectives to conceptualize complex geometric situations or interpret complex and unfamiliar representations. ➤ Identify and combine multiple pieces of information to solve problems. ➤ Design strategies to connect a geometric context with known mathematical procedures and routines. ➤ They provide written explanations and arguments based on their perspectives and generalizations.

In order to determine which level the questions belong to, an example of a question equivalent to level 6 in the PISA 2003 report is given in Figure 1 below. In the solution of the question, it is stated which skills students can demonstrate. Based on these skills, the level of the question was determined. This is shown in the sample question below.

2.1.1. Sample Question

A carpenter has 32 meters of timber and wants to make a border around a garden bed (garden perimeter). He is considering the following designs for the garden bed.



Circle "Yes" or "No" for each design to indicate whether the garden bed can be made with 32 meters of wood.

Garden	Can a 32 meter wooden garden bed be made using this design?
Figure A	Yes / No
Figure B	Yes / No
Figure C	Yes / No
Figure D	Yes / No

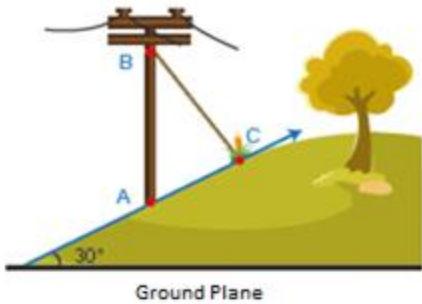
Analysis of the problem: The item belongs to the domain of area and shape content and the connections fit into the competence set because the problem is not routine. Students need the competence to recognize two-dimensional shapes A, C in order to solve the question. D has the same perimeter, so they need to decode visual information and see similarities and differences. Students need to see if a specific border shape can be made with 32 meters of lumber. In three cases this is quite obvious. Because it consists of rectangular shapes. But the fourth is a parallelogram, which requires more than 32 meters. This use of geometric understanding and argumentation skills and some technical geometric knowledge allows this element to indicate level 6.

2.2. Reliability of Data

In this study, the questions in the 9th grade high school mathematics textbooks were analyzed independently by a mathematics teacher and a faculty member. To ensure reliability, the researchers coded the questions according to the scale in the PISA 2003 report. The analyses made by the mathematics teacher and the lecturer were compared and found to be 95% overlapping. While the overlapping codings were taken directly, the different ones were discussed and a common conclusion was reached. As a result, it was determined to which level each question in the textbooks belonged among the six levels in the PISA 2003 Space and Shape Scale.

Below is an example of a question that the mathematics teacher and the lecturer first differed in their analyses and then reached a common conclusion as a result of the discussions.

EXAMPLE



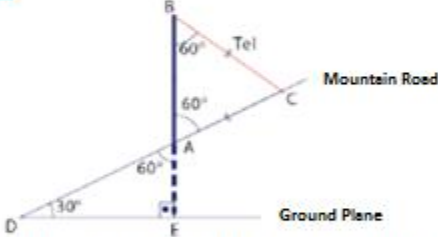
Ground Plane

The electric poles to be erected on a mountain road modeled as in the figure will be perpendicular to the ground plane. The wire to support the pole is the length of the pole. The angle of the ramp with the ground is 30 degrees.

According to the data

- Find the value of $\tan(\widehat{ABC})$.
- Find the value of $\sin(\widehat{BAG})$ if point G is the center of gravity of triangle ABC.

SOLUTION



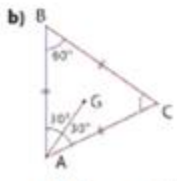
Mountain Road

Ground Plane

If the given rules are applied as shown in the figure, the sum of the measures of the interior angles in right triangle DAE is $m(\widehat{EAD}) = 60$ degrees. From the opposite angle $m(\widehat{BAC}) = 60$ degrees. Since the length of the wire and the pole are equal, $|BA| = |BC|$. In this case, triangle ABC is an equilateral triangle.

- Since $m(\widehat{ABC}) = 60$ degrees $\tan(\widehat{ABC}) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

b)



$m(\widehat{BAG}) = 30^\circ$
Since triangle ABC is an equilateral triangle

In this case $\sin(\widehat{BAG}) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

Example of a question coded differently by the mathematics teacher and the lecturer

While the example in Figure 1 was coded as level 4 by the mathematics teacher, it was coded as level 5 by the instructor. The lecturer stated that the solution of the problem required the use of more spatial skills than level 4 and that a problem from daily life was transformed into geometry. As a result of the discussion, the question was coded as level 5.

2.3. Research Ethics

The paper does not require an ethical approval since no human subjects are included.

3. Results

This section presents the findings of the study. The 9th grade geometry questions in the textbooks were analyzed according to the PISA 2003 space and shape scale and the data obtained were presented.

3.1. Findings Regarding the Questions in the 9th Grade Textbook Published by a Private Publishing House

In the 9th grade textbook, the solved questions in the geometry topics were classified according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. The number of solved geometry questions at which level is presented in Table 2 below.

Table 2. Distribution of Questions According to PISA 2003 Space and Shape Level Scale

Levels	Questions in the Textbook Published by a Private Publishing House	
	Number of Questions	%
Level 1	3	3
Level 2	60	71
Level 3	20	24
Level 4	0	2
Level 5	0	0
Level 6	0	0
Total	85	100

According to Table 2, 85 questions in the textbook were included in the classification. As a result of the classification, it is seen that 2% of the solved geometry questions are at Level 4, 24% are at Level 3, 71% are at Level 2 and 3% are at Level 1.

Based on the questions in the textbook and their analysis according to the PISA 2003 Space and Shape Scale, examples of each level are given below, starting from level 1.

EXAMPLE

According to the figure $m(\widehat{NLK}) = m(\widehat{NLM})$, $[NK] \perp [LK]$, $[NM] \perp [LM]$
 $|KN| = 5$ cm, $|LM| = 7$ cm How many cm will $|MN|$ and $|KL|$ be?

SOLUTION

Since the lengths of the perpendiculars descending from a point on the bisector to the arms of the angle are equal $|KN| = |MN| = 5$ cm
 Also, $|KL| = |LM| = 7$ cm

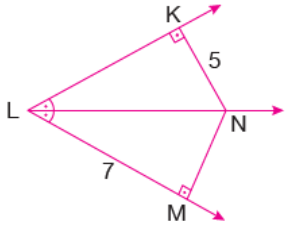


Figure 2. Example of a question at level 1 according to the PISA 2003 space and shape scale

The question in Figure 2 is a Level 1 question according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. As can be seen from the solution of the question, there is no need to perform operations for the solution. The situation in which the perpendiculars lowered from a point on the bisector line that the students are familiar with are equal was used. Since it is a question that students can answer with their basic knowledge without reasoning, it is classified as level 1. An example of a level 2 question is given below.

EXAMPLE

In the next figure $m(\widehat{MLK}) = 70^\circ$, $m(\widehat{KML}) = 55^\circ$
 Find the measure of angle $m(\widehat{LKM})$

SOLUTION

By using the equality $m(\widehat{KML}) + m(\widehat{MLK}) + m(\widehat{LKM}) = 180^\circ$
 $m(\widehat{LKM}) + 70^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ ise $m(\widehat{LKM}) = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$

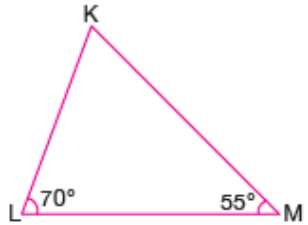


Figure 3. Example of a question at level 2 according to the PISA 2003 space and shape scale

The question in Figure 3 is a Level 2 question according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. As can be seen from the solution of the question, the rule that the sum of the measures of the interior angles of a triangle is 180 degrees, which students are very familiar with, is used. Students use the rule they are familiar with by making two simple calculations. The question in Figure 3 is not a question that requires thinking for students. Since the data in the question in Figure 3 is clearly presented to the student, it is classified as level 2. An example of a level 3 question is given below.

EXAMPLE

In the adjacent triangle ABC, points B, E and C and points A, D and C are lines.
 $|AB| = |BE| = |AD|$

If $m(\widehat{ACB}) = 10^\circ$ ve $m(\widehat{BAC}) = 110^\circ$
 Find $m(\widehat{CDE})$

SOLUTION

$$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{ACB}) + m(\widehat{CBA}) = 180^\circ$$

$$110^\circ + 10^\circ + m(\widehat{CBA}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{CBA}) = 180^\circ - 120^\circ$$

$$m(\widehat{CBA}) = 60^\circ$$

\widehat{ABE} equilateral triangle \widehat{AED} isosceles triangle
 $|AE| = |AD|$ dir.

$$m(\widehat{AED}) = m(\widehat{ADE}) = 65^\circ$$

$$m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{DAE}) + m(\widehat{AED})$$

$$= 50^\circ + 65^\circ$$

$$= 115^\circ$$

Figure 4. Example of a question at level 3 according to the PISA 2003 space and shape scale

The question in Figure 4 is a Level 3 question according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. As can be seen from the solution of the question, the student is aware that he/she will form an isosceles triangle. However, the student cannot decide at first sight which corners will be formed by the union of the corners in the triangle in the question. Therefore, since an isosceles triangle is formed by connecting the vertices A and E by making basic visual reasoning in the question, it is classified as level 3. An example of a question at level 4 is given below.

EXAMPLE

Let us show that the relation between the sides of a right triangle is related to the similarity of the triangle.

SOLUTION

Let the side lengths of a right triangle as shown in the figure be named as follows.

$ AB = c$	$ BD = p$	$ BC = a$	$ DC = r$
$ AC = b$	$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DAC}) = y$	$ AD = h$	$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DCA}) = x$

Right triangles ABC, ABD and DAC are similar triangles. From similarity $\frac{a}{c} = \frac{c}{p}$, $\frac{a}{b} = \frac{b}{r}$ and $\frac{p}{h} = \frac{h}{r}$

When the equations are arranged

$$a(p + r) = b^2 + c^2$$

$$a \cdot a = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ Pythagorean theorem is obtained}$$

The equation shows that the relations between the sides of right triangles are obtained by analogy.

Figure 5. Example of a question at level 4 according to the PISA 2003 space and shape scale

The question in Figure 5 is a Level 4 question according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. Since the question asks students to prove the Pythagorean relation from similarity, there is no need to make assumptions. As can be seen from the solution of the question, geometry and algebra were associated through visual reasoning. Since the Pythagorean relation was obtained by performing consecutive steps in the solution of the problem, it was classified as level 4.

3.2. Findings Related to the Questions in the Grade 9 Textbook Published by the Ministry of National Education

In the 9th grade textbook, the solved questions in the geometry topics were classified according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. The number of solved geometry questions at which level is presented in Table 3 below.

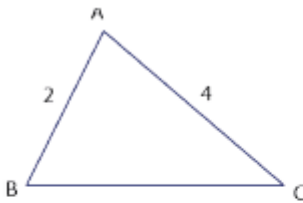
Table 3. Distribution of questions according to PISA 2003 space and shape level scale

Levels	Questions in the Textbook Published by the Ministry of National Education	
	Number of Questions	%
Level 1	1	1
Level 2	108	63
Level 3	42	25
Level 4	6	3
Level 5	13	8
Level 6	0	0
Total	170	100

According to Table 3, 170 questions in the textbook were included in the classification. As a result of the classification, it is seen that 8% of the solved geometry questions are at Level 5, 3% at Level 4, 25% at Level 3, 63% at Level 2 and 1% at Level 1.

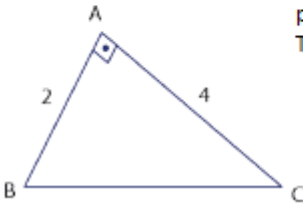
Based on the questions in the textbook and their analysis according to the Space and Shape Scale, examples of each level are given below, starting from level 1.

EXAMPLE



In the adjacent figure, vertex A is the center of perpendicularity of triangle ABC.
 $|AB| = 2$ and $|AC| = 4$
 Find $|BC|$

SOLUTION



Only in a right triangle is the center of perpendicularity at the corner of a 90-degree angle. Then the center of perpendicularity:

$$m(\widehat{A}) = 90^\circ$$

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 \Rightarrow |BC|^2 = 2^2 + 4^2$$

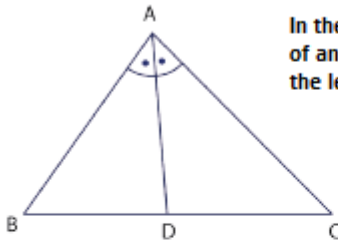
$$\Rightarrow |BC|^2 = 20$$

$$\Rightarrow |BC| = 2\sqrt{5}$$

Figure 6. Example of a question at level 1 according to the PISA 2003 space and shape scale.

The question in Figure 6 is a Level 1 question according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. As can be seen from the solution of the question, the student is asked to do Pythagoras in a simple way. Since the student can give a direct answer in the solution of the question, the question is classified as level 1. An example of a level 2 question is given below.

EXAMPLE



In the adjacent figure, [AD] is the interior bisector of angle A, $|BA| = 12$ cm and $|AC| = 15$ cm. Find the length of $|DC|$ where $P(ABC)=45$ cm.

SOLUTION

By the interior bisector theorem $\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|AC|} \Rightarrow \frac{|BD|}{|DC|} = \frac{12}{15} \Rightarrow \frac{|BD|}{|DC|} = \frac{4}{5}$

$|BD| = 4k$ and $|DC| = 5k$

$P(ABC) = 45$ and $|BA| + |AC| + |BC| = 45$

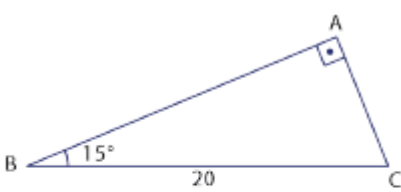
$12 + 15 + 4k + 5k = 45$ then $9k = 18$ and $k = 2$

$|DC| = 5k = 5 \cdot 2 = 10$ cm

Figure 7. Example of a question at level 2 according to the PISA 2003 space and shape scale

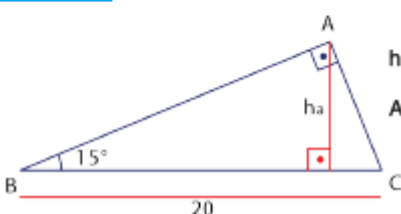
The question in Figure 7 is a Level 2 question according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. As can be understood from the solution of the question, this is a situation that the student is familiar with. The question was solved with simple calculations using the bisector rule. Since the information in the question is given clearly and precisely, it is classified as level 2. An example of a level 3 question is given below.

EXAMPLE



Right triangle ABC in the figure
 $m(\widehat{ABC}) = 15^\circ$ and $[BA] \perp [AC]$
 $|BC| = 20$ then $A(\widehat{ABC}) = ?$

SOLUTION



In $15^\circ - 75^\circ - 90^\circ$ triangle
 $h_a = \frac{20}{4} = 5$
 $A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50$

Figure 8. Example of a question at level 3 according to the PISA 2003 space and shape scale

This question is a Level 3 question according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. In the question, first of all, it is taken into consideration that the perpendicular lowered at right angles in the triangle 15 - 75 - 90 is both the height of the triangle and one fourth of the hypotenuse. However, this may not immediately occur to the student. Then, using basic reasoning, the height is drawn from the right angle. Since the height is one fourth of the hypotenuse, it is 5. Then the area rule of the triangle is applied.

EXAMPLE

In the right triangle ABC in the figure, [BD] is the interior bisector of vertex B and [CD] is the exterior bisector of vertex C.

Find the relation between $m(\widehat{D})$ and $m(\widehat{A})$

SOLUTION

Since an exterior angle is equal to the sum of the measures of two interior angles that are not adjacent to it

\widehat{DBC} nde $c = d + b$ and
 \widehat{ABC} nde $2c = 2b + a$

$$2c = 2b + a \Rightarrow c = d + b$$

$$2c = 2b + a \Rightarrow 2 \cdot (d + b) = 2b + a \Rightarrow 2d = a$$

$$\Rightarrow d = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow m(\widehat{D}) = \frac{m(\widehat{A})}{2}$$

Figure 9. Example of a question at level 4 according to the PISA 2003 space and shape scale

This question is a Level 4 question according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. In the question, the relation between angles was obtained. While obtaining the relation, algebra was associated with geometric representations by reasoning. In other words, the student performed algebraic operations by utilizing the bisector dividing the angle into two equal angles.

EXAMPLE

As shown in the figure on the right, the height of the staircase between the wall and the floor is 5 meters and the length of this staircase is 13 meters. This end of the ladder, which is at point B, is lifted to point A. Find how many meters the end of this ladder, whose angle with the wall in the second case is equal to the angle between the ground and the ladder in the first case.

SOLUTION

$|DB| = |AC| = 13$ m From the Pythagorean relation
 $|OD| = 12$ m

Since in the second case the angle with the wall is given equal to the measure of the angle between the floor and the staircase in the first case

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{CDB}) = a$
 $m(\widehat{OBD}) = m(\widehat{OCA}) = b$

From A.S.A $\widehat{OBD} \cong \widehat{OCA}$
 $|OD| = |OA| = 12$

$|OA| = |OB| + |BA| = 12 \text{ m} \Rightarrow 5 + |BA| = 12 \text{ m}$
 $\Rightarrow |BA| = 7 \text{ m}$

As a result, the end of the ladder on the wall was raised 7 meters.

Figure 10. Example of a question at level 5 according to the PISA 2003 space and shape scale

This question is a Level 5 question according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. In this question, students are asked to use what they know in daily life problems. In other words, in the Level 5 question, the student makes assumptions or works with assumptions to solve a geometric problem by simplifying it in a real world environment. It is also ensured that the student uses his/her spatial skills. In this question, the question was solved by transforming the two ladders leaning against the wall into two triangles and turning the question into a geometric problem.

3.3. Comparison of 9th Grade Mathematics Textbooks According to PISA 2003 Space and Shape Scale

In the 9th grade mathematics textbooks, geometry questions with solutions that were analyzed according to the PISA 2003 Space and Shape Scale were shown in the circle graph and a comparison was made. In Figure 11, the graphs of the textbook published by the private publisher and the textbook published by the Ministry of National Education are given below.

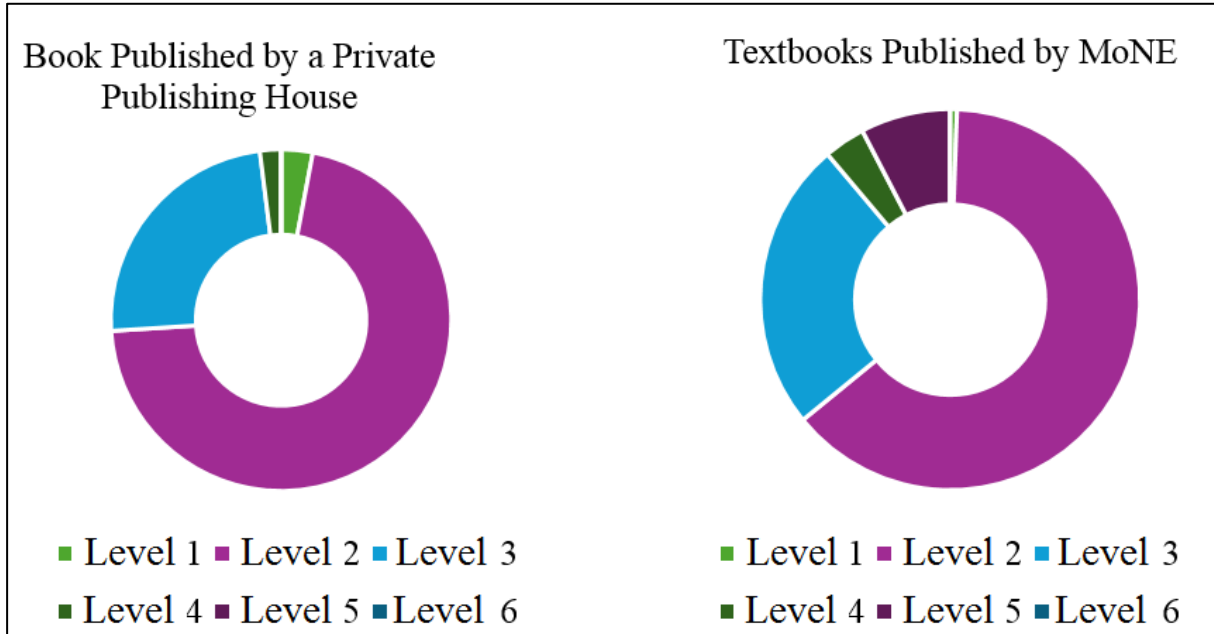


Figure 11. Distribution of questions published in textbooks according to levels

In the textbook published by the private publishing house, 3% of the questions belonging to level 1 are included, while 1% of the questions belonging to level 1 are included in the textbook published by MoNE. While 71% of the questions belonging to level 2 are found in the textbook published by the private publishing house, 63% are found in the textbook published by MoNE. Questions belonging to Level 3 are found in 24% of the textbook published by the private publishing house, while 25% of the questions are found in the MoNE textbook. Questions at Level 4 are found in 2% of the private publisher's book and 3% of MoNE's book. Level 5 questions are included in 8% of the MoNE's book, but not in the book published by the private publisher. There are no questions at level 6 in both books.

4. Discussion and Conclusion

PISA, one of the international exams, provides information about students' mathematics performance. As a result of the assessments, it is seen that Turkey's achievement is below the average achievement of OECD countries (MEB EARGED, 2005). It is thought that one of the reasons for this situation may be the textbooks. Therefore, examining the solved geometry questions in the 9th grade textbook according to the PISA 2003 Space and Shape Scale can explain both the quality of teaching and the low mathematics performance in PISA.

While 6 levels are defined in the PISA 2003 Space and Shape Scale, it was observed that all levels were not included in the 9th grade mathematics textbooks. When the solved geometry questions in the textbook published by the private publishing house are taken into consideration, the first 4 levels are included, while there are no questions belonging to levels 5 and 6. It was observed that there were at least 4th level questions in the book of the private publishing house. In the same book, there are 2% questions at level 4. Among these levels, 71% of the questions were at level 2, 24% were at level 3 and 3% were at level 1. Considering the solved geometry questions in the textbook published by MoNE, while the first 5 levels are included, there are no questions from the 6th level. It was observed that there were at least level 1 questions in the examined book. There is 1% of 1st level questions in the book. In the book, 63% of the questions belong to the 2nd level, while 25% of the questions belong to the 3rd level, 3% to the 4th level and 8% to the 5th level.

It was revealed that both of the 9th grade textbooks examined included questions at the 2nd level according to the PISA 2003 space and shape scale. As a result of this situation, it can be said that students are mostly prepared at Level 2 in the PISA exam. However, while the textbook published by MoNE includes questions from Level 5, there are no questions from this level in the textbook published by the private publishing house. While the questions in the textbook published by the private publishing house are thought to encourage practice and are exam-oriented, the questions in the textbook published by MoNE are thought to have a structure that aims to take students to higher levels. For this reason, it is thought that the textbook published by MoNE is likely to increase students' success in the PISA exam more. Based on the opinions of secondary school mathematics teachers, Korkmaz, Tutak, and İlhan (2020) stated that the existing textbooks should be reviewed and improved and that the textbooks are mostly used to solve questions and assign homework. Although this study was conducted using the document analysis technique, teacher opinions also supported that the textbooks have an exam-oriented structure. Especially the high number of Level 2 questions in the textbooks or the low number of higher level questions can be seen as an indicator of this situation. Based on this result, higher level questions should be included in the textbooks according to the PISA 2003 space and shape scale.

When the questions in the textbooks are compared with the student tasks in the space and shape scale, they provide competencies such as performing operations with simple concepts, finding simple patterns, using basic reasoning, and working on very familiar situations. However, the books are inadequate in helping students acquire higher-level competencies such as using reasoning at a high level in geometry questions, solving problems, and developing proofs and explanations to create mathematical representations of real-life situations. In the book published by MoNE, 13 Level 5 levels were found. However, this is not considered to be sufficient when Turkey's PISA mathematics achievement averages are considered.

It was seen that the solved geometry questions examined in the books were mostly at Level 3. In the books examined by Yıldırım (2019), Baki and İskenderoğlu (2011), questions were mostly found at levels 2 and 3. The reason for this may be that the books examined by the researchers were middle school books, so it can be thought that there are levels where operations are performed with simpler concepts and simple reasoning is used. It is thought that the books at high school level should include questions at higher levels. However, the levels of solved geometry questions in the books examined within the scope of the research are similar to the results found by Yıldırım (2019) and Baki and İskenderoğlu (2011).

The questions in PISA exams enable students to use skills such as formulating and mathematical interpretation, reasoning, communicating, problem solving in the face of various situations or a problem situation. However, it was concluded that the textbooks used in the 9th grade in Turkey do not reflect these skills since they are generally seen to cover the first three levels. However, textbooks in important subjects such as geometry are expected to be at a level that can provide higher level competencies covering all the levels in PISA.

5. Recommendations

PISA assessments have been effective in improving the education system in many countries. It is assumed that the results obtained from PISA assessments show the quality of education of countries. As a result of this research, the recommendations are as follows:

- In this study, the 9th grade textbook was analyzed according to the PISA 2003 Space and Shape Scale. It can also be analyzed according to other scales of PISA.
- Higher level questions, especially (Level 5 and 6) questions, can be included more in the textbooks.
- In this study, geometry questions with solutions in the 9th grade textbook were analyzed. Other geometry questions in the textbook can also be examined.
- In addition to teacher competencies, teacher's guidebooks can also be effective in increasing the effectiveness of the questions. Therefore, examining the teachers' guidebooks as well as the textbooks according to the PISA 2003 Space and Shape Scale may help to eliminate the deficiencies.

Funding: No funding was reported for this study.

Declaration of interest: The author declares no conflict of interest.

9. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine Göre İncelenmesi

1. Giriş

Uluslararası ölçme ve değerlendirme sınavları, ülkelerin kendi eğitim sistemlerini değerlendirerek geliştirmelerine yardımcı olmaktadır. Bu sınavlardan biri olan PISA (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı), Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (OECD) tarafından üçer yıllık dönemler hâlinde, 15 yaş grubundaki öğrencilerin kazanmış oldukları bilgi ve becerileri değerlendiren bir araştırmadır. PISA'nın temel amacı, öğrencilerin okulda öğrendikleri bilgi ve becerileri günlük yaşamda kullanma becerilerini ölçmektir (PISA, 2018). PISA öğrencilerin okuma becerileri, matematik ve fen okuryazarlığı yeterlilikleri üzerinde durmaktadır. Okullarda kullanılan ders kitapları bu yeterliliklerin kazandırılmasında önemli bir yere sahip olduğu düşünülmektedir.

Ders kitapları, eğitim öğretim sürecinde kullanılan en önemli ve yaygın araçlardan biridir (Beaton vd., 1996). Çünkü ders kitapları, öğrencilerin yaş ve seviyelerine uygun bir şekilde konuları açıklayan önemli bir eğitim materyalleridir (Bayrakçı, 2005; Altun, 2004). Öğrencilere uygun hazırlanan ve matematik eğitiminde de kullanılan ders kitapları öğrencilerinin başarısını olumlu yönde etkilemektedir (Reys ve Reys, 2006). Çünkü matematik ders kitapları içerik olarak çözümlü örnek ve alıştırmaların çokça bulunması öğrencilerin matematiğin temellerini anlamasına yardımcı olmaktadır (Yeap, 2005).

PISA'da matematik içerik alanı dört alandan oluşmaktadır. Bunlar; değişim ve ilişkiler (cebirsal ifadeler, denklemler, eşitsizlikler, tablo ve grafik gösterimlerini içeren fonksiyonlar ve cebir), uzay ve şekil (perspektif çizimleri, harita çizimleri ve diğer şekillerin çizilmesi ve dönüştürülmesi, üçboyutlu görünümünün), çokluk (sayılar, sayısal işlemler, zihinden hesaplamalar, tahmin ve sonuçları değerlendirme gibi alt konuları ve eylemleri), belirsizlik ve veridir (olasılık ve istatistik) (MEB, 2018, s. 60-61).

Ülkemizde matematik ders kitaplarında sayılar ve cebir, geometri, veri, sayma ve olasılık olmak üzere üç öğrenme alanı bulunmaktadır (MEB, 2018). Bu öğrenme alanları, PISA sınavının içerik alanları ile aşağıdaki gibi:

- Sayılar, çokluk ile
- Cebir, değişim ve ilişkiler ile
- Geometri, uzay ve şekil ile
- Veri, sayma ve olasılık ise belirsizlik ve veri ile ilişkilendirilir.

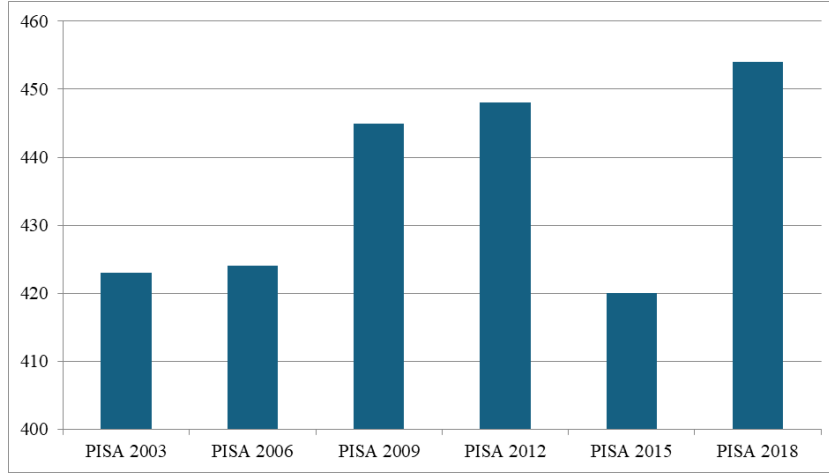
PISA Sınava katılan ülkelerin matematik içerik alanlarındaki öğrenci başarılarını birçok faktör etkilemektedir. Bu faktörlerin en önemlilerinden biri de öğretmenlerdir (Dursun ve Dede, 2004). Öğretmenlerin en önemli kaynaklarından biri ders kitaplarıdır (Baki ve İskenderoğlu, 2011). Öğretmenlerin öğretim kalitesi, kullandıkları ders kitaplarının türünden doğrudan etkilenmektedir (Pratama ve Retnawati, 2018). Bununla birlikte ders kitaplarının sınavlara uygun hazırlanması öğrencilerin başarısını olumlu yönde etkileyecek bir faktördür (Toklucu, 2005). Ders sırasında öğrencilere sunulan matematiksel etkinlikler genellikle ders kitabından seçilmiş etkinliklerdir (Bozkurt ve Kuran, 2016). Bu, ders kitaplarının, kavramları/konuları öğretmek için etkinliklerde öğretmenlere yardımcı olduğu anlamına gelir. Öğretmenlerin etkili bir şekilde öğretebilmeleri için ders kitapları, hem öğretmen hem de öğrenciler için anlamlı öğrenmeyi besleyeceği şekilde hazırlanmalıdır. Bu nedenle ders kitaplarında yer alan soruların PISA sınavıyla uyumlu olması öğrencilerin başarılarını olumlu etkileyeceği düşünülmektedir. Bu durumu test etmek için PISA'da yer alan uzay ve şekil ölçeği baz alınarak 9. Sınıf matematik ders kitapları incelenmiştir.

1.1. Literatür Taraması

Literatür incelendiğinde Baki ve İskenderoğlu'nun (2011) yapmış olduğu çalışma da 8. sınıf matematik ders kitaplarında yer alan sorular PISA matematik yeterlilik düzeylerine göre incelenmiştir. Çalışma sonucunda 8. Sınıf matematik ders kitaplarında yer alan sorular PISA'nın 1. ve 3. düzey matematik yeterliliklerinin fazla olduğu görülmüştür. Ayrıca 5. ve 6. düzeyde soru bulunmadığı belirtilmiştir. Araştırmacılar 9. sınıf matematik ders kitaplarının PISA matematik yeterlilik düzeyine incelenmesi önermişlerdir. Seis (2011) ise 6 – 8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA 2003 belirsizlik ölçeğine göre inceleyerek kitaplarda yer alan düzeyler arasında karşılaştırma yapmıştır. İncelemenin sonucunda matematik ders kitaplarında bulunan soruların çoğunluğunun 2. ve 3. düzeye ait sorular olduğu ortaya konmuştur. Ayrıca Seis (2011) çalışmasında ders kitaplarının üst düzey becerileri kazandırabilecek yeterlilikte olmadığını ifade etmiştir. Ayrıca Yıldırım (2019) 5-8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA 2003 değişim ve ilişkiler ölçeğini ne kadar kapsadığı araştırmıştır. Bu araştırmanın sonucunda en fazla 2. düzeyde sorulara yer verildiği ortaya konulmuştur. Bununla birlikte ders kitaplarında 4,5 ve 6. düzeyde hiçbir soru bulunmadığı belirtilmiştir. Diğer çalışmalardan farklı olarak Baltacı ve Biber (2021) Türkiye ile Singapur'da okutulan 8. Sınıf matematik ders kitaplarını PISA matematik yeterlilik ölçeğin göre karşılaştırmalı olarak incelemiştir. Araştırmanın sonuçları, Türkiye 8. Sınıf matematik ders

kitaplarında en fazla 2. düzeyde soru bulunduğu 5 ve 6. düzeyde soru olmadığını göstermiştir. Ayrıca Singapur'da okutulan 8. sınıf matematik ders kitaplarının Türkiye'ye göre daha üst düzeyde olduğu belirtilmiştir.

Aşağıdaki şekilde Türkiye'nin 2003 ile 2018 yılları arasındaki PISA sınavlarına ait performansına yer verilmiştir (MEB, 2018).



Şekil 1. PISA 2003 ile PISA 2018 uygulamaları arasında Türkiye'nin matematik performansındaki değişim (MEB, 2018)

Şekil 1'de görüldüğü gibi 2003 ile 2018 yılları arasında Türkiye'nin PISA sınavı başarısı 423 ile 454 arasında değişiklik göstermektedir. Türkiye PISA 2003 ile PISA 2012 sınavları arasında bir artış gösterirken PISA 2015 sınavında düşüş yaşamıştır. PISA 2018 sınavında ise diğer yıllara göre en yüksek ortalamaya ulaşmıştır. Ancak Türkiye PISA ortalama matematik puanının üstüne hiçbir sınavda çıkamamıştır (MEB, 2018). Öğrencinin sosyoekonomik ve sosyokültürel düzeyi (Sarier, 2016), motivasyonu, tutumu, ilgisi ve özgüveni (Akan, 2016), okulun akademik başarıya verdiği değer (Akan, 2016), öğretmen öğrenci iletişimi (Erden vd., 2014) ve okulda kullanılan kaynaklar (Acar, 2012) Türkiye'nin PISA sınavında sergilediği düşük başarısını açıklayan etkenler olarak belirtilebilir.

1.1. Araştırmanın Gereksesi

Bu çalışmada PISA sınavının başarısını etkileyen etkenlerden biri okul kaynaklarından ders kitabı üzerinde çalışmıştır. Literatürde değişim ve ilişkiler (Yıldırım, 2019), olasılık ve istatistik (Seis, 2011) ölçeği kullanılarak yapılan çalışmalar bulunurken uzay ve şekil ölçeğine göre ders kitaplarının incelenmesine dair yeteri kadar çalışma bulunmamaktadır. Yapılacak çalışmayla elde edilen bulguların bu boşluğu doldurmak açısından kayda değer sonuçlar vererek literatüre katkı sağlanması hedeflenmektedir. Ayrıca yapılan araştırmalarda ortaokul kitaplarının incelenmesi yapılmışken 9. sınıf ders kitapları üzerine yapılan bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu nedenle bu çalışmada 9. Sınıf matematik ders kitaplarında yer alan çözümlü geometri soruları PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre incelenmiştir. Araştırmada bulunan sonuçlar neticesinde 9. Sınıf matematik ders kitaplarının PISA 2003 raporunda uzay ve şekil yeterlilik ölçeğine göre hangi düzeylerde sorulara yer verildiği belirlenecektir. Bu bakımdan 9. Sınıf ders kitaplarının gelişimine önerilerde bulunarak gelişimine katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, PISA matematik içerik alanlarından biri olan Uzay ve Şekil PISA 2003 ölçeğine göre Türkiye'de okutulmakta olan ve 2018 öğretim programına göre hazırlanan biri özel bir yayınevine diğeri de MEB'in yayınlamış olduğu 9. Sınıf ders kitaplarında yer alan çözümlü geometri sorularını incelemektir.

Bu amaç doğrultusunda araştırmanın soruları aşağıdaki gibidir:

- 1) 9. sınıf ders kitaplarında yer alan çözümlü geometri soruları PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğinde yer alan yeterlilikler ne düzeydedir?
- 2) 9. sınıf ders kitaplarının PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre kapsadıkları düzeyler arasındaki benzerlikler ve farklılıklar nelerdir?

2.Yöntem

Bu araştırmada veriler, doküman analizi tekniği kullanılarak elde edilmiştir. Doküman analizi, yapılan araştırma ile ilgili mevcut kayıt ve belgeleri toplayıp belirli kural veya sisteme göre kodlayıp inceleme işlemine denir (Çepni, 2018). Doküman analizi sürecinde, araştırmacı öncelikle araştırmasına uygun kaynakları elde ederek, okur. Araştırması için faydalı bilgileri not alır ve aldığı notlardan yola çıkarak değerlendirme yapar

(Çepni, 2018). Bu araştırma da ders kitaplarının içerisinde yer alan çözümlü geometri soruları üzerinde notlar alınarak veriler toplanacağı için doküman analizi tekniği kullanılmıştır.

Bu çalışmada, 2018 matematik öğretim programına göre hazırlanmış liselerde okutulan biri özel bir yayınevini diğeri Millî Eğitim Bakanlığı'nın yayınladığı iki adet 9. sınıf kitabı rastgele seçilerek kullanılmıştır. Kitaplarda yer alan çözümlü geometri soruları PISA 2003 raporunda belirtilen Uzay ve Şekil Ölçeğine göre doküman analizi yapılarak incelenmiştir. 9. sınıf ders kitaplarının seçilme nedeni, PISA sınavının uygulanmış olduğu 15 yaş grubu Türkiye'de 9. sınıfa denk gelmesidir.

2.1. Verilerin Analiz Edilmesi

Bu çalışmada, PISA 2003 raporunda yer alan analizler göz önüne alınarak uzay ve şekil ölçeği dikkate alınarak 9. sınıf Matematik ders kitaplarında yer alan çözümlü geometri soruları uzay ve şekil ölçeğine göre incelenmiştir. 9. sınıf ders kitapları aşağıda Tablo 1'de verilen PISA 2003 raporunda yer alan uzay ve şekil ölçeği düzeyleri göz önünde bulundurularak analiz edilmiştir.

Tablo1. PISA 2003 Raporunda Yer Alan Uzay ve Şekil Ölçeği Düzeyleri.

Düzeyler	Öğrencilerin sahip olması gereken genel yeterlilikler	Öğrencilerin yapabilecekleri görevler
Düzyey 1	Aşına oldukları resimleri veya geometrik nesnelerin çizimleri kullanılır. Temel hesaplama becerileri kullanılır.	➤ 3 boyutlu nesnelere verilen 2 boyutlu temsilleri kullanarak basit hesaplamalar yapar.
Düzyey 2	Matematiksel içeriğin doğrudan ve açıkça sunulduğu tek bir matematiksel temsili içeren problemleri çözer. Temel matematiksel düşünme ve kuralları aşına oldukları bağlamlarda kullanılır.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Basit geometrik örüntüleri tanımlar. ➤ Temel teknik terimleri ve tanımları kullanır. Temel geometrik kavramları (örneğin, simetri) uygular. ➤ Günlük dildeki terimlerin matematiksel olarak geometrik bağlamda yorumlar (örneğin, daha büyük). ➤ Hem iki hem de üç boyutlu bir nesnenin zihinsel görüntüsünü oluşturur ve kullanır. ➤ Aşına olunan bir gerçek yaşam dünyayı görsel iki boyutlu temsili anlar. ➤ Geometrik bir ortamda problemleri çözmek için basit hesaplamalar uygular (örneğin; çıkarma, iki basamaklı sayıya bölme).
Düzyey 3	Aşına oldukları bağlamlarda temel uzamsal ve görsel akıl yürütmeyi içeren problemleri çözümler. Aşına nesnelerin farklı temsillerini birbiri ile ilişkilendirilir. Temel problem çözme becerilerini kullanır (basit stratejiler tasarlamak). Basit algoritmalar uygular	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Aşına olunmayan geometrik durumların metinsel açıklamalarını yorumlar. ➤ Temel problem çözme becerileri kullanır (basit bir strateji tasarlamak). ➤ Aşına durumlarda uzamsal ve görsel algılama, temel akıl yürütme becerileri kullanılır. ➤ Belirli bir tanıdık matematiksel modellerle çalışır. ➤ Ölçek değiştirme gibi basit hesaplamalar yapar. (Çarpma, temel orantılı akıl yürütme kullanarak) ➤ Geometrik problemleri çözmek için rutin algoritmalar uygular (örneğin; tanıdık şekillerdeki uzunlukları hesaplar).
Düzyey 4	Aşına olmayan bağlamlarda uzamsal ve görsel akıl yürütme ve tartışmayı içeren problemleri çözer. Geometrik temsili cebir ile ilişkilendirir. Ardışık işlem adımları uygular. Uzamsal görselleştirmede ve yorumlamada becerileri iyi gelişmiş ve bu becerileri uygulayabilir.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Geometrik problemleri çözmek için karmaşık metni yorumlar. ➤ İşlem adımlarını takip ederek uygular. ➤ Aşına olunmayan geometrik durumlarda uzamsal iç görü kullanılarak yorumlanır. ➤ Aşına olmadığı durumlarda iki boyutlu nesnelere üç boyutlu nesnelere kullanır. ➤ İki farklı görsel temsili birbiri ile ilişkilendirir. ➤ Geometrik bağlama ilişkin strateji geliştirir. ➤ Basit hesaplamalar yapar. (Örneğin; çok basamaklı ondalık sayıyı bir tamsayı ile çarpın, orantı ve ölçek kullanarak sayısal dönüşümler uygulayın, tanıdık şekillerin alanlarını hesaplar.)

Tablo 1'in devamı

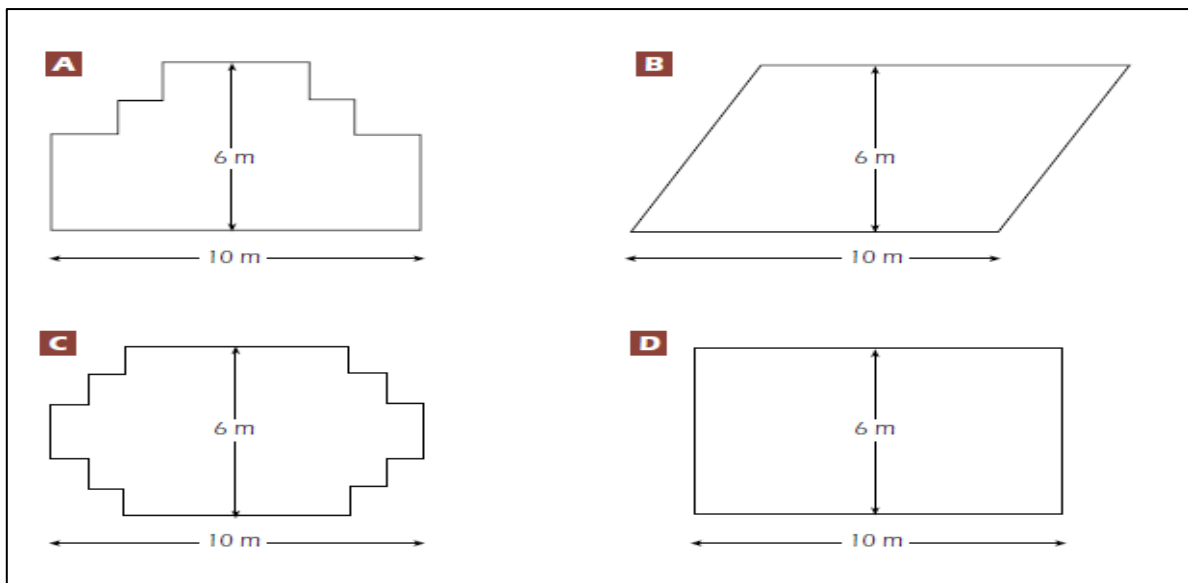
Düzye 5	Varsayımların yapılmasını gerektiren veya verilen varsayımlarla çalışmayı içeren problemleri çözer. Öğrenci belli kabulleri kabul etmesi gerekir. İlgili bilgileri tanımlamak için güçlü uzamsal akıl yürütme, argüman ve bakış açısı kullanır. Ardışık ve çoklu süreçler yürütür.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Hem aşına hem de aşına olunmayan iki ve üç boyutlu nesnelere üzerinde uzamsal/geometrik akıl yürütme, argüman, yansıma ve iç görü kullanır. ➤ Gerçek dünya ortamında geometrik bir problemi basitleştirmek ve çözmek için varsayımlarda bulunur veya varsayımlarla çalışır, örneğin gerçek dünyadaki bir durumda niceliklerin tahminini ve açıklamaları iletir. ➤ Geometrik olayların çoklu temsillerini yorumlar. ➤ Geometrik yapıları kullanır. ➤ Geometrik problemleri çözmek için ardışık çok adımlı stratejileri kavramlaştırır ve tasarlar. ➤ İyi bilinen geometrik algoritmaları kullanır. (Pisagor teoremi gibi yabancı durumlarda ve çevre, alan ve hacim içeren hesaplamalar yapar).
Düzye 6	Çokça hesap yapması gerektiren problemleri çözer. İlgili bilgiler tanımlar ve ayıklar. Birbirinden farklı gibi görünen bilgileri ilişkilendirir. Sonuçları ve bulguları genelleştirir. Kanıtlayıcı açıklamalar sunar.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Karmaşık metinsel açıklamaları yorumlamak ve bunları diğer (genellikle çoklu) temsillerle ilişkilendirir. ➤ Aşına olmayan ve karmaşık durumlarda akıl yürütme kullanır. ➤ Karmaşık geometrik durumları kavramsallaştırmak veya karmaşık ve yabancı temsilleri yorumlamak için önemli bakış açıları kullanır. ➤ Problemleri çözmek için birden fazla bilgi parçasını tanımlar ve birleştirir. ➤ Geometrik bir bağlamı bilinen matematiksel prosedürler ve rutinlerle bağlamak için strateji tasarlar. ➤ Bakış açılarına ve genelleştirmelerine dayanan yazılı açıklamalar ve argümanlar sağlarlar.

Soruların hangi düzyeye ait olduğunu belirlemek adına aşağıda Şekil 1'de PISA 2003 raporunda düzye 6'ya denk bir soru örnek verilmiştir. Sorunun çözümünde öğrencilerin hangi özellikleri gösterebilecekleri belirtilmiştir. Bu becerilerden yola çıkarak da sorunun düzyeyi belirlenmiştir. Aşağıda bu durum örnek soruda gösterilmiştir.

2.1.1. Örnek Soru

Bir marangoz 32 metrelik keresteye sahip ve bir bahçe yatağının (bahçe çevresi) çevresini bordür yapmak istiyor.

Bahçe yatağı için aşağıdaki tasarımları düşünüyor.



Bahçe yatağının 32 metre ahşapla yapılıp yapılamayacağını belirtmek için her tasarım için “Evet” veya “Hayır” seçeneğini daire içine alın.

Bahçe	Bu tasarım kullanılarak 32 metre ahşaptan bahçe yatağı yapılabilir mi?
Şekil A	Evet / Hayır
Şekil B	Evet / Hayır
Şekil C	Evet / Hayır
Şekil D	Evet / Hayır

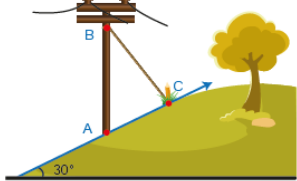
Sorunun Analizi: Öğe, alan ve şekil içeriği alanına aittir ve sorun rutin olmadığı için bağlantılar yeterlilik kümesine uyar. Öğrencilerin, soruyu çözmek amacıyla iki boyutlu A, C şekillerini tanıma yeterliliğine ihtiyaçları vardır. D aynı çevreye sahiptir, bu nedenle görsel bilgilerin kodunu çözmeleri ve benzerlikleri ve farklılıkları görmeleri gerekir. Öğrenciler 32 metrelik kereste ile belirli bir bordür şekli yapılıp yapılamayacağını görmek gerekir. Üç durumda bu oldukça belirgindir. Çünkü dikdörtgen şekillerden oluşmaktadır. Ancak dördüncüsü, 32 metreden fazla gerektiren bir paralelkenardır. Geometrik kavrayışın bu kullanımı ve argümantasyon becerileri ve bazı teknik geometrik bilgiler, bu ögenin düzey 6’yı göstermesini sağlar.

2.2. Verilerin Güvenilirliği

Bu araştırmada lise 9. sınıf matematik ders kitaplarında yer alan sorular bir matematik öğretmeni ve bir öğretim üyesi iki kişi tarafından birbirinden bağımsız analiz etmiştir. Güvenilirliği sağlamak için araştırmacılar kodlamaları PISA 2003 raporunda yer alan ölçeğe göre yapmışlardır. Matematik öğretmeni ve öğretim üyesinin yapmış oldukları analizler karşılaştırılmış ve %95 oranında örtüştüğü görülmüştür. Örtüşen kodlamalar doğrudan alınırken farklı olanlar üzerinde tartışılmış ve ortak bir sonuca varılmıştır. Bunun sonucunda da ders kitaplarında yer alan her bir sorunun PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğinde bulunan altı düzeyden hangi düzeye ait oldukları belirlenmiştir.

Aşağıda matematik öğretmeni ve öğretim üyesinin yapmış oldukları analizlerde önce farklı olup daha sonra yapılan tartışmalar neticesinde ortak bir sonuca varılan soru örneği verilmiştir.

ÖRNEK 29

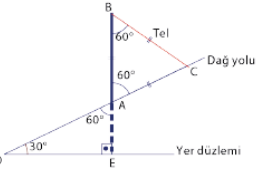


Şekildeki gibi modellenen bir dağ yoluna dikilecek elektrik direkleri yer düzlemine dik olacaktır. Direği destekleyecek tel, direğin uzunluğundadır. Rampanın yer ile yaptığı açı ise 30° dir.

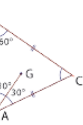
Verilenlere göre

- $\tan(\widehat{ABC})$ değerini bulunuz.
- G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi ise $\sin(\widehat{BAG})$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM



Verilenler şekildedeki gibi uygulanırsa DAE dik üçgeninde iç açılardan ölçüsü toplamından $m(\widehat{EAD}) = 60^\circ$ dir. Ters açılardan $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$ olur. Tel ile direğin uzunluğu eşit olduğundan $|BA| = |BC|$ olur. Bu durumda ABC üçgeni eşkenar üçgen olur.

- $m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$ olduğundan $\tan(\widehat{ABC}) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ olur.
-  ABC üçgeni eşkenar üçgen olduğu için $m(\widehat{BAG}) = 30^\circ$ olur.
Bu durumda $\sin(\widehat{BAG}) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ olur.

Şekil 1. Matematik öğretmeni ve öğretim üyesi tarafından farklı kodlanan soru örneği

Şekil 1’de yer alan örnek matematik öğretmeni tarafından 4. düzey olarak kodlanırken öğretim üyesi tarafından 5. düzey olarak kodlanmıştır. Öğretim üyesinin sorunun çözümü 4. düzeyden daha fazla uzamsal becerilerinin kullanılmasını gerektiğini ve günlük hayattan bir problemi geometriye dönüştürüldüğünü belirtmiştir. Yapılan tartışma neticesinde soru 5. düzey olarak kodlanmıştır.

2.3. Araştırmanın Etik İzinleri

Örnekleme insan dâhil edilmediği için çalışma için etik onayı gerekmemektedir.

3. Bulgular

Bu bölümde araştırmanın bulguları yer almaktadır. 9. sınıf ders kitaplarında yer alan çözümlü geometri sorularının PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre incelenip elde edilen veriler sunulmuştur.

3.1. 9. Sınıf Özel Yayınevinin Yayınladığı Ders Kitabında Yer Alan Sorulara Yönelik Bulgular

9. sınıf ders kitabındaki geometri alanındaki konularda yer alan çözümlü soruların PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre sınıflandırılmıştır. Çözümlü geometri sorularının hangi düzeyde kaç tane soru olduğu aşağıda Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2. Soruların PISA 2003 Uzay ve Şekil Düzey Ölçeğine Göre Dağılımı

Düzeyler	Özel Yayınevinin Yayınladığı Ders Kitabında Yer Alan Sorular	
	Soru Sayıları	%
Düzey 1	3	3
Düzey 2	60	71
Düzey 3	20	24
Düzey 4	0	2
Düzey 5	0	0
Düzey 6	0	0
Toplam	85	100

Tablo 2’ e göre ders kitabında bulunan 85 soru sınıflandırmaya dahil edilmiştir. Sınıflandırmanın sonucunda çözümlü geometri sorularının %2’sinin Düzey 4’te, %24’ünün Düzey 3’de, %71’inin Düzey 2’de ve %3’ünün Düzey 1’de olduğu görülmektedir.

PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre ders kitabındaki sorular ve analizlerinden yola çıkarak aşağıda düzey 1’den başlayarak sırsıyla her bir düzeye ait örneklere yer verilmiştir.

ÖRNEK

Şekildeki verilere göre $m(\widehat{NLK}) = m(\widehat{NLM})$, $[NK] \perp [LK]$, $[NM] \perp [LM]$ ve $|KN| = 5$ cm, $|LM| = 7$ cm ise $|MN|$ ve $|KL|$ nun kaç cm olduğunu bulalım.

ÇÖZÜM

Açıortay üzerinde alınan bir noktadan, açının kollarına indirilen dikmelerin uzunlukları eşit olduğundan $|KN| = |MN| = 5$ cm olur.

Ayrıca $|KL| = |LM| = 7$ cm bulunur.

Şekil 2. PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre düzey 1’e ait soru örneği.

Şekil 2’de yer alan soru PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre 1. Düzey bir sorudur. Sorunun çözümünden de görüleceği gibi çözüm için işlem yapmaya gerek yoktur. Öğrencinin aşına olduğu açıortay doğrusunun üzerinden alınan bir noktadan indirilen dikmelerin eşit olduğu durum kullanılmıştır. Öğrencilerin akıl yürütme yapmadan temel bilgileriyle cevaplayabilecekleri türden bir soru olması nedeniyle düzey 1 olarak sınıflandırılmıştır. Aşağıda düzey 2’ye ait bir soru örneğine yer verilmiştir.

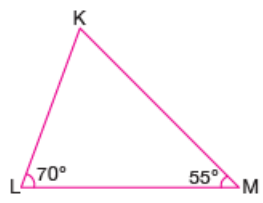
ÖRNEK

Yandaki şekilde KLM üçgen $m(\widehat{MLK}) = 70^\circ$, $m(\widehat{KML}) = 55^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{LKM})$ nı bulalım.

ÇÖZÜM

$m(\widehat{KML}) + m(\widehat{MLK}) + m(\widehat{LKM}) = 180^\circ$ eşitliğinde verilen değerler yerlerine yazılır.

$m(\widehat{LKM}) + 70^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ ise $m(\widehat{LKM}) = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ olarak bulunur.



Şekil 3. PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre düzey 2'e ait soru örneği.

Şekil 3'de yer alan soru PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre 2. Düzey bir sorudur. Sorunun çözümünden de görüleceği üzere öğrencilerin çok aşına olduğu bir üçgenin iç açı ölçülerinin toplamının 180 derecedir kuralı kullanılmıştır. Öğrenciler aşına oldukları kuralı iki basit hesaplama yaparak kullanır. Şekil 2'deki soru öğrenciler için düşünme gerektiren bir soru değildir. Şekil 3'deki soruda veriler açıkça öğrenciye sunulduğundan düzey 2 olarak sınıflandırılmıştır. Aşağıda düzey 3'e ait bir soru örneğine yer verilmiştir.

ÖRNEK

Yandaki ABC üçgeninde B, E ve C noktaları ile A, D ve C noktaları doğrusaldır.

$|AB| = |BE| = |AD|$

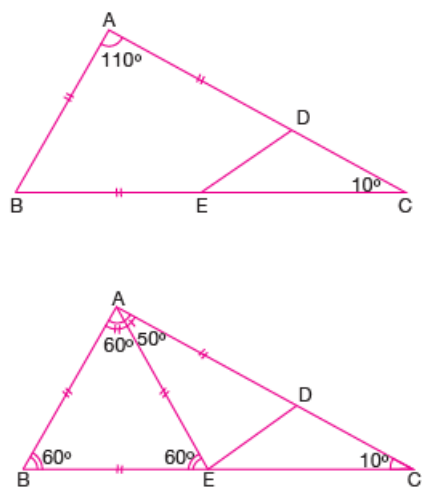
$m(\widehat{ACB}) = 10^\circ$ ve $m(\widehat{BAC}) = 110^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{CDE})$ nı bulalım.

ÇÖZÜM

$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{ACB}) + m(\widehat{CBA}) = 180^\circ$
 $110^\circ + 10^\circ + m(\widehat{CBA}) = 180^\circ$
 $m(\widehat{CBA}) = 180^\circ - 120^\circ$
 $m(\widehat{CBA}) = 60^\circ$ olur.

Bu durumda $\triangle ABE$ eşkenar, $\triangle AED$ ikizkenardır.
 Yani $|AE| = |AD|$ dir.

Öyleyse $m(\widehat{AED}) = m(\widehat{ADE}) = 65^\circ$ olur.
 $m(\widehat{CDE}) = m(\widehat{DAE}) + m(\widehat{AED})$ eşitliğinden
 $= 50^\circ + 65^\circ$
 $= 115^\circ$ olur.



Şekil 4. PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre düzey 3'e ait soru örneği.

Şekil 4'te yer alan soru PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre 3. Düzey bir sorudur. Sorunun çözümünden de görüleceği gibi öğrenci ikizkenar üçgen oluşturacağını farkındadır. Ancak soruda yer alan üçgende hangi köşelerin birleşmesi ile oluşturacağına öğrenci ilk görüşte karar veremez. Bu yüzden soruda temel görsel akıl yürütme yaparak A ve E köşelerini birleştirerek ikizkenar üçgen oluşturulduğundan düzey 3 olarak sınıflandırılmıştır. Aşağıda düzey 4'te ait bir soru örneğine yer verilmiştir.

ÖRNEK

Dik üçgende kenarlar arasındaki bağıntının üçgende benzerlikle ilişkili olduğunu gösterelim.

ÇÖZÜM

Şekildeki dik üçgenin kenar uzunlukları ve açıları aşağıdaki gibi isimlendirilmiş olsun.

$|AB| = c$ $|BD| = p$ $|BC| = a$ $|DC| = r$
 $|AC| = b$ $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DAC}) = y$ $|AD| = h$ $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DCA}) = x$

ABC, ABD ve DAC dik üçgenleri benzer üçgenlerdir. Benzerlikten $\frac{a}{c} = \frac{c}{p}$, $\frac{a}{b} = \frac{b}{r}$ ve $\frac{p}{h} = \frac{h}{r}$ orantılarını yazılır. Eşitlikler düzenlendiğinde $ap = c^2$, $ar = b^2$ ve $p \cdot r = h^2$ olur. İlk iki eşitlik taraf tarafa toplandığında $ap + ar = b^2 + c^2$ eşitliği elde edilir. Ayrıca ABC üçgeninde hipotenüs uzunluğu $a = p + r$ şeklinde yazılabilir. Eşitlik düzenlendiğinde

$$a(p + r) = b^2 + c^2$$

$$a \cdot a = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ Pisagor teoremi elde edilir.}$$

Eşitlikten dik üçgenlerin kenarları arasındaki bağıntıların benzerlikle elde edildiği görülür.

Şekil 5. PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre düzey 4'e ait soru örneği.

Şekil 5'de yer alan soru PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre 4. Düzey bir sorudur. Soru da Pisagor bağıntısının ispatının benzerlikten yapılması istenildiğinden öğrenciden varsayımda bulunulması gereken bir durum söz konusu değildir. Sorunun çözümünden de görüleceği üzere görsel akıl yürütme yapılarak geometri ile cebir ilişkilendirilmiştir. Sorunun çözümünde ardışık işlem adımları yapılarak Pisagor bağıntısı elde edilmesinden dolayı düzey 4 olarak sınıflandırılmıştır.

3.2. 9. Sınıf Millî Eğitim Bakanlığı'nın Yayınladığı Ders Kitabında Yer Alan Sorulara Yönelik Bulgular

9. sınıf ders kitabındaki geometri alanındaki konularda yer alan çözümlü soruların PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre sınıflandırılmıştır. Çözümlü geometri sorularının hangi düzeyde kaç tane soru olduğu aşağıda Tablo 3'de sunulmuştur.

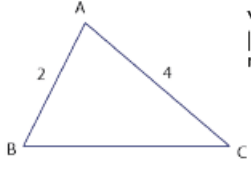
Tablo 3. Soruların PISA 2003 uzay ve şekil düzey ölçeğine göre dağılımı

Düzeyler	Millî Eğitim Bakanlığı'nın Yayınladığı Ders Kitabında Yer Alan Sorular	
	Soru Sayıları	%
Düzey 6	0	0
Düzey 5	13	8
Düzey 4	6	3
Düzey 3	42	25
Düzey 2	108	63
Düzey 1	1	1
Toplam	170	100

Tablo 3'e göre ders kitabında 170 soru sınıflandırmaya dahil edilmiştir. Sınıflandırmanın sonucunda çözümlü geometri sorularının %8'ini Düzey 5'de, %3'sinin Düzey 4'te, %25'ünün Düzey 3'de, %63'ünün Düzey 2'de ve %1'ünün Düzey 1'de olduğu görülmektedir.

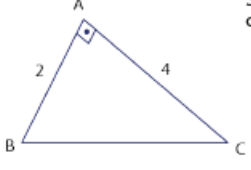
Uzay ve Şekil Ölçeğine göre ders kitabındaki sorular ve analizlerinden yola çıkarak aşağıda düzey 1'den başlayarak sırasıyla her bir düzeyde ait örnekler yer verilmiştir.

ÖRNEK 30



Yandaki şekilde A köşesi, \widehat{ABC} nin diklik merkezidir. $|AB| = 2$ birim ve $|AC| = 4$ birim olduğuna göre $|BC|$ nu bulunuz.

ÇÖZÜM



Sadece dik üçgende diklik merkezi, 90° lik açının olduğu köşededir. O hâlde

$$m(\widehat{A}) = 90^\circ \text{ ve Pisagor teoremi ile}$$

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 \Rightarrow |BC|^2 = 2^2 + 4^2$$

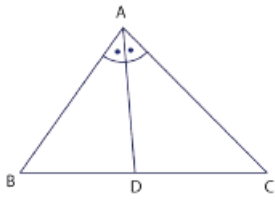
$$\Rightarrow |BC|^2 = 20$$

$$\Rightarrow |BC| = 2\sqrt{5} \text{ birimdir.}$$

Şekil 6. PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre düzey 1'e ait soru örneği.

Şekil 6'da yer alan soru PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre 1. Düzey bir sorudur. Sorunun çözümünden de görüleceği üzere öğrenciden basit bir şekilde Pisagor yapması istenilir. Sorunun çözümünde doğrudan cevap verebileceğinden dolayı soru düzey 1 olarak sınıflandırılmıştır. Aşağıda düzey 2'ye ait bir soru örneğine yer verilmiştir.

ÖRNEK 9



Yandaki şekilde $[AD]$, A açısının iç açıortayı olmak üzere $|BA| = 12$ cm ve $|AC| = 15$ cm olur. $\zeta(\widehat{ABC}) = 45$ cm ise $|DC|$ nu bulunuz.

ÇÖZÜM

İç açıortay teoremi ile $\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{|BA|}{|AC|} \Rightarrow \frac{|BD|}{|DC|} = \frac{12}{15} \Rightarrow \frac{|BD|}{|DC|} = \frac{4}{5}$

$|BD| = 4k$ ve $|DC| = 5k$ denir.

$\zeta(\widehat{ABC}) = 45$ ise $|BA| + |AC| + |BC| = 45$

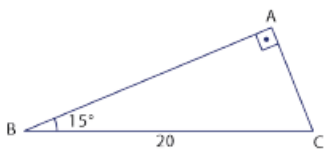
$12 + 15 + 4k + 5k = 45$ ise $9k = 18$ olup $k = 2$ olur.

Bu durumda $|DC| = 5k = 5 \cdot 2 = 10$ cm olur.

Şekil 7. PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre düzey 2'e ait soru örneği.

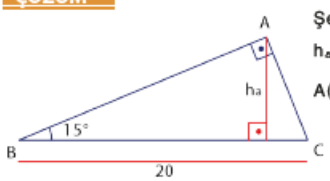
Şekil 7'da yer alan soru PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre 2. Düzey bir sorudur. Sorunun çözümünden de anlaşılacağı üzere bu durum öğrencini aşına olduğu bir durumdur. Soruda açıortay kuralı kullanılarak basit hesaplamalar ile çözüm yapılmıştır. Soruda yer alan bilgiler açık ve net bir şekilde verilmesi nedeniyle düzey 2 olarak sınıflandırılmıştır. Aşağıda düzey 3'e ait bir soru örneğine yer verilmiştir.

ÖRNEK 7



Şekildeki ABC dik üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 15^\circ$ ve $[BA] \perp [AC]$ tir. $|BC| = 20$ birim ise $A(\widehat{ABC})$ nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM



Şekilde $15^\circ - 75^\circ - 90^\circ$ dik üçgeninde $h_a = \frac{20}{4} = 5$ birim olur. Bu durumda $A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50$ birimkare olur.

Şekil 8. PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre düzey 3'e ait soru örneği.

Bu soru PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre 3. Düzey bir sorudur. Soruda öncelikle 15 – 75 – 90 üçgeninde dik açıdan indirilen dikmenin üçgenin hem yüksekliği hem de hipotenüsün dörtte biri olduğu göz önünde bulundurulur. Ancak bu durum hemen öğrencinin aklına gelmeyebilir. Daha sonra temel akıl yürütme kullanılarak dik açıdan yükseklik çizilir. Çiziline yükseklik hipotenüsün dörtte biri olduğundan 5 olur. Ardından üçgenin alan kuralı uygulanır.

ÖRNEK 6

Şekilde \widehat{ABC} nde $[BD]$, B köşesine ait iç açıortay ve $[CE]$ ise C köşesine ait dış açıortaydır.

$m(\widehat{D})$ ile $m(\widehat{A})$ arasındaki bağıntı bulunuz.

ÇÖZÜM

Bir dış açı kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğundan

\widehat{DBC} nde $c = d + b$ ve

\widehat{ABC} nde $2c = 2b + a$ olur.

$2c = 2b + a$ eşitliğinde $c = d + b$ yazılır.

$$2c = 2b + a \Rightarrow 2(d + b) = 2b + a \Rightarrow 2d = a$$

$$\Rightarrow d = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow m(\widehat{D}) = \frac{m(\widehat{A})}{2} \text{ olur.}$$

Şekil 9. PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre düzey 4'e ait soru örneği.

Bu soru PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre 4. Düzey bir sorudur. Soruda açılara arasındaki bağıntı elde edilmiştir. Bağıntı elde edilirken de akıl yürütme yaparak geometrik temsillerle cebir ilişkilendirilmiştir. Yani öğrenci açıortayın açığı eş iki açıya bölmekten yararlanarak cebirsel işlemler yürütmüştür.

ÖRNEK29

Yandaki şekilde görüldüğü gibi bir duvara dayanmış olan merdivenin duvara dayalı ucu ile zemin arasında kalan yüksekliği 5 metre ve bu merdivenin uzunluğu 13 metredir. Merdivenin duvara dayalı ucu B noktasında olan merdivenin bu ucu A noktasına kaldırılıyor. İkinci durumda duvar ile arasındaki açı, ilk durumdaki zemin ile merdiven arasındaki açıya eşit olan bu merdivenin ucunun kaç metre yukarı kaldırılmış olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$|DB| = |AC| = 13$ m dir. Ayrıca Pisagor bağıntısı ile $|OD| = 12$ m olur.

İkinci durumda duvar ile arasındaki açı, ilk durumdaki zemin ile merdiven arasındaki açının ölçüsüne eşit verildiğinden

$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{CDB}) = a$ ve

$m(\widehat{OBD}) = m(\widehat{OCA}) = b$ alınırsa

A.K.A. eşliği ile $\widehat{OBD} \cong \widehat{OCA}$ olur.

Dolayısıyla $|OD| = |OA| = 12$ m olur.

$$|OA| = |OB| + |BA| = 12 \text{ m} \Rightarrow 5 + |BA| = 12 \text{ m}$$

$$\Rightarrow |BA| = 7 \text{ m olur.}$$

Sonuç olarak merdivenin duvardaki ucu 7 metre yukarı kaldırılmıştır.

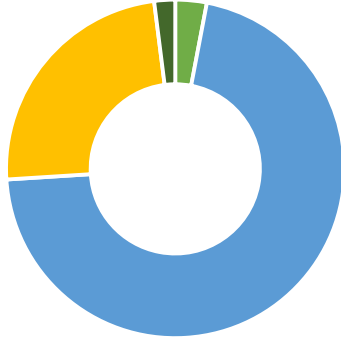
Şekil 10. PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre düzey 5'e ait soru örneği.

Bu soru PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre 5. Düzey bir sorudur. Soruda öğrenciden bildiklerini günlük hayat problemlerinde kullanılması sağlanır. Yani 5. Düzey sorusunda öğrenci gerçek dünya ortamında geometrik bir problemi basitleştirerek çözmek için varsayımlarda bulunur veya varsayımlarla çalışır. Ayrıca öğrencinin uzamsal becerilerinin kullanması sağlanır. Bu soruda da duvara dayanmış olan iki merdiveni iki üçgene dönüştürülerek soru geometrik bir probleme dönüştürülerek çözülmüştür.

3.3. 9. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine Göre Karşılaştırılması

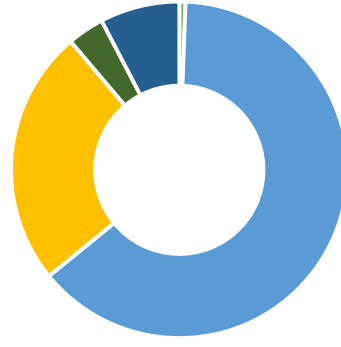
9. sınıf matematik ders kitaplarında PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre incelenmiş olan çözümlü geometri soruları daire grafiğinde gösterilerek karşılaştırma yapılmıştır. Şekil 11'de özel yayıncılığın yayınlamış olduğu ders kitabının ve MEB'in yayınlamış olduğu ders kitabının grafikler aşağıda verilmiştir.

Özel Yayınevinin Yayınladığı Kitap



- Düzye 1 ■ Düzye 2 ■ Düzye 3
- Düzye 4 ■ Düzye 5 ■ Düzye 6

MEB'in Yayınladığı Ders Kitap



- Düzye 1 ■ Düzye 2 ■ Düzye 3
- Düzye 4 ■ Düzye 5 ■ Düzye 6

Şekil 11. Ders kitaplarında yayınlanan soruların düzeylere göre dağılımı

Özel yayınevinin yayınlamış olduğu ders kitabında %3 oranında düzey 1'e ait sorular yer alırken MEB'in yayınlamış olduğu ders kitabında %1 oranında düzey bir yer almaktadır. Düzey 2'e ait sorular, özel yayınevinde %71 oranında bulunurken MEB'in kitabında %63 oranında yer almaktadır. Düzey 3'e ait sorular, özel yayınevinin yayınlamış olduğu kitap da %24 oranında bulunurken MEB'in kitabında %25 oranında yer almaktadır. Düzey 4'e ait sorular, özel yayınevinin kitabında %2 oranında iken MEB'in kitabında %3 oranında yer almaktadır. Düzey 5'e sorular, MEB'in kitabın da %8 oranında bulunurken özel yayınevinin yayınlamış olduğu kitapta yer almamaktadır. Her iki kitapta da düzey 6'ya ait soru bulunmamaktadır.

4. Tartışma ve Sonuç

Uluslararası sınavlardan biri olan PISA değerlendirmeleri ile öğrencilerin matematik performansları hakkında bilgiler sağlamaktadır. Yapılan değerlendirmeler sonucunda Türkiye'nin başarısı, OECD ülkelerinin başarı ortalamasının altında olduğu görülmektedir (MEB EARGED, 2005). Bu durumun nedenlerinden birinin de ders kitaplarının olabileceği düşünülmektedir. Bundan dolayı 9. Sınıf ders kitabında yer alan çözümlü geometri sorularının PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre incelenmesi hem öğretimin kalitesini hem de PISA'daki matematik performansındaki düşüklüğü açıklayabilir.

PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğinde 6 düzey tanımlanmakta iken 9. Sınıf matematik ders kitaplarında bütün düzeylere yer verilmediği görülmüştür. Özel yayıncılığın yayınlamış olduğu ders kitabındaki çözümlü geometri soruları göz önüne alındığında ilk 4 düzeye yer verilirken 5 ve 6. düzeye ait hiçbir soru bulunmamaktadır. İncelenen özel yayınevine ait kitap da en az 4. düzeyde soru olduğu görülmüştür. Aynı kitap da %2 oranında 4. düzeyde soru yer almaktadır. Bu düzeylerden en fazla %71 oranıyla 2. düzey soruları bulunurken, %24 oranında 3. düzey sorusu ve %3 oranında 1. düzey sorusu bulunmaktadır. MEB'in yayınlamış olduğu ders kitabındaki çözümlü geometri soruları göz önüne alındığında ilk 5 düzeye yer verilirken 6. düzeye ait hiçbir soruya yer verilmemiştir. İncelenen kitapta en az 1. düzeyde soru olduğu görülmüştür. Kitap da %1 oranında 1. düzey soru yer almaktadır. Kitapta en fazla ise %63 oranında bulunan 2. düzeye ait sorular yer alırken %25 oranında 3. düzey, %3 oranında 4. düzey ve %8 oranında 5. düzeye ait sorular olduğu görülmüştür.

İncelenen 9. Sınıf ders kitaplarının ikisinde de PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre 2. düzeyde sorulara yer verildiği ortaya çıkmıştır. Bu durum neticesinde PISA sınavın da öğrencilerin daha çok 2. Düzey seviyesinde hazırlandığı söylenilebilir. Ancak MEB'in yayınlamış olduğu ders kitabın da 5. Düzeye ait sorular yer alırken Özel yayınevinin yayınlamış olduğu ders kitabında bu seviyeden soru bulunmamaktadır. Özel yayınevinin yayınlamış olduğu kitapta yer alan sorular pratik yapmaya teşvik ettiği ve sınav odaklı olduğunu düşünülürken MEB'in yayınlamış olduğu kitapta yer alan soruların öğrencileri üst düzeylere çıkarmayı hedefleyen bir yapıya sahip olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle MEB'in yayınlamış olduğu ders kitabının öğrencilerin PISA sınavındaki başarısını daha çok yükselteceğinin olası olduğu düşünülmektedir. Korkmaz, Tutak ve İlhan (2020) ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşlerinden hareketle mevcut kitapların gözden geçirilerek geliştirilmesi gerektiğini belirterek ders kitaplarının daha çok soru çözmek ve ödev vermek amacıyla kullanıldığını belirtmiştir. Bu çalışma her ne kadar doküman analizi tekniği kullanılarak yapılmış olsa da öğretmen görüşleri de ders kitaplarının sınav odaklı bir yapıya sahip olduklarını desteklemiştir. Özellikle 2. Düzey soruların ders kitaplarındaki çokluğu veya üst düzey sorulara çok az yer verilmesi bu durumun bir göstergesi olarak görülebilir. Bu sonuçtan yola çıkarak ders kitaplarında PISA 2003 uzay ve şekil ölçeğine göre daha üst düzey sorulara yer verilmelidir.

Ders kitaplarında yer alan sorular uzay ve şekil ölçeğinde yer alan öğrenci görevleri ile karşılaştırıldığında, basit kavramlarla işlemler yapma, basit örüntüleri bulma, temel akıl yürütme kullanma, çok aşına durumlar üzerinde çalışma gibi yeterlilikleri kazandırmaktadır. Ancak gerçek hayat durumlarının matematiksel temsilini oluşturmak için geometri sorularında yüksek oranda akıl yürütme kullanma, problemleri çözme, kanıt ve açıklamalar geliştirebilme gibi üst düzey yeterliliklere kazandırmada kitaplar yetersizdir. MEB'in yayınlamış olduğu kitapta 13 tane 5. Düzey düzeye rastlanılmıştır. Ancak bu durum Türkiye'nin PISA matematik başarısı ortalamalarına bakıldığında yeterli olduğu düşünülmektedir.

Kitaplarda incelenen çözümlü geometri soruların çoğunlukla 3. Düzeyde olduğu görülmüştür. Yıldırım'ın (2019) Baki ve İskenderoğlu'nun (2011) incelemiş olduğu kitaplarda çoğunlukla 2 ve 3. düzeyde sorulara rastlanılmıştır. Bunun nedeni araştırmacıların incelemiş oldukları kitapların ortaokulu kitapları olduğundan daha basit kavramlarla işlem yapıldığı ve basit akıl yürütmelerin kullanıldığı seviyeler olduğu düşünülebilir. Lise seviyesinde yer alan kitapların daha yüksek düzeylerde soruların yer alması gerektiği düşünülmektedir. Ancak araştırma kapsamında incelenen kitaplarda yer alan çözümlü geometri sorularının düzeyleri Yıldırım'ın (2019) Baki ve İskenderoğlu'nun (2011) bulmuş olduğu sonuçlarla benzerlik göstermektedir.

PISA sınavları sorular öğrencilerin çeşitli durum veya bir problem durumu karşısında, formüleştirebilme, ve matematiksel yorum yapabilme, akıl yürütme, iletişim kurabilme, problemi çözme gibi becerileri kullanmayı sağlamaktadır. Ancak Türkiye'de 9. sınıflarda kullanılan ders kitaplarının genellikle ilk üç düzeyi kapsadığı görüldüğünden bu becerileri yansıtmadığı sonucuna varılmıştır. Oysaki ders kitaplarının geometri gibi önemli konularda PISA'da yer alan düzeylerin tamamını kapsayan üst düzey yeterlilikleri kazandırabilecek düzeyde olması beklenmektedir.

5. Öneriler

PISA değerlendirmeleri birçok ülkede eğitim sistemini geliştirilmesinde etkili olmuştur. PISA değerlendirmelerinden elde edilen sonuçların ülkelerin eğitim kalitesini gösterdiği varsayılmaktadır. Bu araştırma sonucunda öneriler aşağıdaki gibidir:

- Bu çalışmada 9. Sınıf ders kitabını PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre incelenmiştir. PISA'ya ait diğer ölçeklere göre incelenebilir.
- Bu çalışmada 9. Sınıf ders kitabında yer alan çözümlü geometri soruları incelenmiştir. Ders kitabında bulunan diğer geometri soruları incelenebilir.
- Soruların etkinliğini artırmada öğretmen yeterliliklerinin yanı sıra kılavuz kitapları da etkili olabilir. Bu yüzden ders kitaplarının yanı sıra öğretmenlerin kılavuz kitaplarının da PISA 2003 Uzay ve Şekil Ölçeğine göre incelenmesi eksilerin giderilmesine yardımcı olabilir.

Kaynaklar / References

- Acar, T. (2012). 2009 factors affecting Turkish students' achievement in the international student achievement assessment program. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*, 3(2), 309-314.
- Akan, E. O. (2016). *TIMSS 2011 8th grade students' science achievement and related student and teacher qualities according to cognitive domains: two-level hierarchical linear model analysis*. (Unpublished master's thesis). Gazi University, Ankara.
- Altun, M., Arslan, Ç., & Yazgan, Y. (2004). A study on the use and frequency of high school mathematics textbooks. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 131-147.
- Baki, A. & İskenderoğlu, T. (2011). Classification of the questions in the 8th grade mathematics textbook according to PISA mathematics proficiency levels. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 36(161).
- Baltacı, M. & Biber, A.Ç. (2021). Comparative analysis of Turkey and Singapore mathematics textbooks according to PISA mathematics proficiency scale. *Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi*, 8(29), 76 – 95.
- Bayrakçı, M. (2005). The issue of textbooks and the free textbook distribution project in primary education. *Milli Eğitim Dergisi*, 165, 1-10.
- Beaton, A. E., Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L. & Smith, T. A. (1996). *Mathematics achievement in the middle school years: IEA's third international mathematics and science study*. Chestnut Hill, MA, USA: TIMSS International Study Center.
- Çepni S. (2018), Introduction to Research and Project Studies, 8th edition, (s. 118 – 119) Trabzon TR: Cebeciler.
- Dursun, Ş. & Dede, Y. (2004). Factors affecting students' success in mathematics: in terms of mathematics teachers' views. *GÜ, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 217-230.
- Erden, A., Aytaç, T. ve Altunçekiç, A. (2014). The evaluation of teacher-student relationships in secondary education level: TRNC case. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(2), 761-782.
- Lepik, M. (2015). Analyzing the use of textbook in mathematics education: The case of Estonia. *Acta Paedagogica Vilnensia*, 35, 90–102.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2018). PISA 2018 Projesi Ulusal Ön Raporu (EARGED). [Online] <https://pisa.meb.gov.tr/www/pisa-2018-turkiye-on-raporu-yayimlandi/icerik/3>

- Millî Eğitim Bakanlığı Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Dairesi Başkanlığı [MEB EARGED] (2005). PISA 2003 uluslararası öğrenci değerlendirme projesi, ulusal nihai rapor. Ankara: Eğitim Araştırma ve Geliştirme Dairesi Yayınları.
- OECD (2003), PISA 2003 , [Online] <https://www.oecd.org/pisa/data/pisa2003technicalreport.htm>
- OECD (2018), PISA 2018, [Online] <https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm>
- Reys, B. J. & Reys, R.E. (2006). The development and publication of elementary mathematics textbooks: Let the Buyer Beware! *Phi Delta Kappan*, 87(5), 377-384.
- Sarıer, Y. (2016). The factors that affecting students' academic achievement in Turkey: A meta-analysis study. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 37(3), 609-627.
- Seis A. (2012). *6.-8. class mathematics textbooks according to PISA 2003 uncertainty scale*. (Unpublished Master's Thesis). Abant İzzet Baysal University Institute of Educational Sciences. Bolu.
- Yeap, B. H. (2005). Building foundations and developing creativity: An analysis of Singapore mathematics textbooks. *Third East Asia Regional Conference on Mathematics Education*, 7-12 August 2005, Shanghai.
- Yıldırım, İ. (2019). *5 - 8th grade mathematics textbooks according to PISA change and relationships scale*. (Unpublished Master's Thesis). Bartın University.