

The Effect of the Argumentation-Based Teaching Method on the 9th Grade Triangles Topic in Terms of Different Variables

Merve Öz^a and Bilge Peker^b

^a Yunak Anatolian High School, Ministry of National Education, Konya, Türkiye (ORCID: 0000-0002-3973-3186)

^b Necmettin Erbakan University, Ahmet Keleşoğlu Faculty of Education, Konya, Türkiye (ORCID: 0000-0002-0787-4996)

Article History: Received: 17 March 2025; Accepted: 26 April 2026; Published online: 30 April 2026

Abstract: The need for inquiry-based teaching methods, far from rote learning, in mathematics education highlights approaches where students present their ideas and question the ideas of others. One of these approaches is the argumentation-based teaching method. This study aimed to investigate the effect of the argumentation-based teaching method on the academic achievement, reflective thinking skills towards problem-solving, and attitude towards mathematics of 9th-grade students in the topic of Triangles. A quasi-experimental design with pre-test-post-test control groups was used in the study. The sample of the study consisted of 58, ninth-grade students attending a public school during the 2017-2018 academic year. Data were collected through the Triangles Achievement Test, Reflective Thinking Skills towards Problem Solving Scale, and Attitude towards Mathematics Scale. As a result of the data analysis, it was observed that argumentation-based teaching had a positive effect on students' academic achievement and attitudes towards mathematics. However, regarding students' reflective thinking skills towards problem solving, a significant difference was observed in the reasoning sub-dimension, which is based on examining cause-effect relationships, in the experimental and control groups, while no significant difference was observed in the inquiry sub-dimension, which is based on searching for answers to questions, and the evaluation sub-dimension, which is based on controlling the solution process.

Keywords: Argumentation based teaching, mathematical reasoning, reflective thinking, problem solving, triangles.

Öz: Matematik öğretiminde ezberden uzak, sorgulamaya dayalı öğretim yöntemlerine duyulan gereksinim öğrencilerin fikirlerini sunarak karşı tarafın fikirlerini sorguladıkları yaklaşımları ön plana çıkarmaktadır. Bu yaklaşımlardan biri de argümantasyon temelli öğretim yöntemidir. Bu çalışmada argümantasyon temelli öğretim yönteminin 9. sınıf Üçgenler konusunda öğrencilerin akademik başarısına, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine ve matematiğe karşı tutumlarına etkisini araştırmak amaçlanmıştır. Çalışmada ön test- son test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini 2017-2018 öğretim yılında bir devlet okulunda öğrenim gören 58, 9. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Veriler Üçgenler Başarı Testi, Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği, Matematik Tutum Ölçeği yoluyla toplanmıştır. Verilerin analizi sonucunda, argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin akademik başarılarına ve matematiğe karşı tutumlarına olumlu etki ettiği görülmüştür. Ancak öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi açısından deney ve kontrol grubunda neden-sonuç ilişkisini irdelemeye dayanan nedenleme alt boyutuna dair anlamlı bir fark gözlenirken, sorulara cevap aramaya dayanan sorgulama ve çözüm sürecini kontrol etmeye dayanan değerlendirme alt boyutlarına dair anlamlı bir farklılık gözlenmemiştir.

Anahtar Kelimeler: Argümantasyon temelli öğretim, matematiksel muhakeme, yansıtıcı düşünme, problem çözme, üçgenler.

[Türkçe sürüm için tıklayınız](#)

1. Introduction

Mathematics education is a dynamic field that aims not only to develop students' procedural skills but also to equip them with higher-order cognitive skills such as mathematical thinking, reasoning, and problem solving (Ersoy, 2006). Effective mathematics teaching encompasses many elements. One of these elements, the teaching method, influences students in many respects, including active participation in learning and motivation (Sarier, 2020). In a changing and developing world, teachers' perspectives on teaching methods and the instructional methods they use are also changing. In previous years, lessons were taught through traditional methods, and students were expected to accept the information presented without questioning it. In instructional processes conducted in this way, students attempted to learn by memorizing information (Gay & Cassel, 2002). This situation caused many students to develop the misconception that mathematics is merely a question-and-answer process. However, mathematics is not merely a question-and-answer process; rather, it is a dynamic process of inquiry involving exploration and reasoning and connected with other disciplines (Witkowski & Rumsey, 2012). In this context, one of the concepts that holds an important place in mathematics learning and teaching is mathematical reasoning. Indeed, the Türkiye Century Education Model (2024) states that mathematical reasoning is among the mathematical domain skills.

It is possible to associate the concept of mathematical reasoning with various other constructs. One such construct is the argumentation process (Doruk et al., 2018). The arguments put forward during this process can

Corresponding Author: Merve Öz 

email: merve47891.myy@gmail.com

Citation Information: Öz, M. & Peker, B. (2026). The effect of the argumentation-based teaching method on the 9th grade triangles topic in terms of different variables. *Turkish Journal of Mathematics Education*, 7(1), 48-72.

be viewed as both the products and the elements of the mathematical reasoning process. The process of constructing arguments may involve components such as reasoning, intuitive thinking, formulating hypotheses, and testing them (Furinghetti & Morselli, 2009). Therefore, the concept of argumentation should be examined by considering all of these components. Although there are different approaches to argumentation, the concept of argumentation was addressed in detail in Toulmin's *The Uses of Argument* (1958). According to Toulmin, an argument consists of three main components, namely claim, data, and warrant, and three auxiliary components, namely backing, qualifier, and rebuttal (Toulmin, 2003). The components of this model can be expressed as follows:

Claim: Claims are ideas put forward when two or more participants do not agree, and they require justification when they are explicitly or implicitly challenged by the audience. In such inquiry-based learning environments, students may produce more original solutions to problems (Toulmin, 2003).

Data: Data are the facts that form the basis of claims. They do not necessarily need to be supported by experimental evidence. It is sufficient for data to be considered indisputable and shared by all participants. Otherwise, they remain claims until their factual status is accepted (Toulmin, 2003).

Warrant: Warrants are statements that explain the relationship between the claim and the data and allow conclusions to be drawn from the data. Mathematical formulas and algorithms can be given as examples (Toulmin, 2003).

Here, the selection of claim, data, and warrant in the construction of an argument is related to the social context. Beyond ensuring the correct functioning of the process or grounding it in a logical framework, the extent to which the audience is persuaded is also important (Forman et al., 1998). In this process, the auxiliary components (backing, qualifier, and rebuttal) have a significant impact on persuading the audience:

Backing: These are statements that support and strengthen the claim (Toulmin, 2003).

Qualifier: These are statements that indicate the boundaries of the claim (Toulmin, 2003).

Rebuttal: These are statements that specify when or under which conditions the claim is not valid (Toulmin, 2003).

Beyond the social context, when argumentation is approached from a dialectical perspective, it is essential to focus on the concepts presented in Aristotle's *Topics* (Blair & Johnson, 1987):

- **Argumentation as a product:** When viewed as a product, the background of the process must be prioritized, similar to the strategic framework of a game of chess or football. This requires a detailed examination of the initial question and the previously provided answers.
- **Dialectical roles:** The argumentation process involves two distinct roles: the questioner, who scrutinizes an idea, and the respondent, who answers the questions. These roles may be performed by the same individuals at different stages of the process.
- **Inception of argumentation:** The process begins with a proposition or a doubt. The individual evaluates what constitutes an argument based on objections and uncertainties. If contradictions arise regarding these objections during the evaluation, further supporting evidence is required.
- **Goal of argumentation:** Argumentation is an activity aimed at changing or reinforcing ideas. In this process, the questioner anticipates that their claim will face objections, challenges, or rejection. Conversely, the respondent attempts to foresee whether the claim can withstand these challenges or if it is too weak to be accepted.

An analysis of these various approaches suggests that argumentation can be defined as a process of change resulting from the interaction between two or more individuals (Blair & Johnson, 1987). The fact that it emerges through social interaction underscores the significance of this process.

The significance of argumentation has also been emphasized through various curricular and instructional initiatives. As a result of research aimed at addressing the shortcomings of mathematics education in the United States through curriculum reform, the Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM, 2010) were introduced. The Standards for Mathematical Practice included in the CCSSM are as follows:

- Make sense of problems and persevere in solving them
- Reason abstractly and quantitatively
- Construct viable arguments and critique the reasoning of others
- Model with Mathematics
- Use appropriate tools strategically

- Attend to precision
- Look for and make use of structure
- Look for and express regularity in repeated reasoning

According to CCSSM standards, mathematically proficient students can construct logical conjectures by using previously established arguments, reasoning, and employing definitions and assumptions. They can use case analyses and counterexamples to support the validity of these conjectures. They communicate their arguments to others and respond to others' arguments as well. Furthermore, by comparing two arguments, they can determine which one is logically sound, while also explaining why arguments that are incorrect or irrational are wrong. In this way, students can listen to one another's arguments and learn by asking questions about points they are curious about (CCSSM, 2010). Consequently, at the foundation of this process lies the ability to generate ideas and express them in different ways.

As the importance of the argumentation process is emphasized in the CCSSM (2010), it is also highlighted in the mathematics curricula of our country. When the mathematics curricula used at the primary and secondary education levels are examined, the concept of "argumentation" is not explicitly included in the Ministry of National Education (MEB, 2018) curriculum; however, the argumentation process is implicitly addressed through references to individuals' abilities to construct and express mathematical ideas. In the Türkiye Century Education Model (2024), the concept of argumentation, which is included as a science domain skill, is not explicitly addressed within the mathematical domain skills; however, the argumentation process is reflected through the concept of mathematical reasoning. In this model, analysis, interpretation, inference, and mathematical verification or proof are identified as mathematical reasoning skills. In particular, the notions of reasoning, verification, and proof included in this model are directly related to the argumentation process. This is because mathematical argumentation is the process of systematically justifying and proving the validity of mathematical claims using data and warrants (Rodríguez Nieto et al., 2023). Therefore, the argumentation process can be associated with higher-order thinking skills.

Argumentation-based teaching can foster students' higher-order thinking skills such as critical thinking and problem solving. Among these skills, problem solving involves the processes followed to reach a solution to a given problem. According to Kızılkaya and Aşkar (2009), problem solving is one of the most essential skills an individual should possess. To develop this skill, it is necessary to understand the problem, plan a solution, implement the plan, and evaluate the accuracy and validity of the obtained result (Schoenfeld, 1987). Since these stages also involve reflective thinking processes, and because problem solving is the process in which an individual's reflective thinking skills can be most clearly observed (Kızılkaya & Aşkar, 2009), problem-solving skills can be associated with reflective thinking skills. The concept of reflective thinking is grounded in Dewey's *How We Think* (1910) (Çınar, 2016). According to Dewey (1910), reflective thinking is "active, persistent, and careful consideration of any belief or supposed form of knowledge in light of the grounds that support it and the further conclusions to which it leads." Reflective thinking refers to the process of integrating newly acquired information with prior knowledge structures (Çınar, 2016). Dewey (1910) proposed that the reflective process consists of five stages: suggestion, problem, hypothesis, reasoning, and testing. Although the sequence of these stages may vary, their interrelated nature is widely acknowledged (Kızılkaya & Aşkar, 2009). Kızılkaya and Aşkar (2009) conceptualized reflective thinking as consisting of three skills: questioning, reasoning, and evaluation. Questioning refers to the process of generating and addressing questions that arise during problem solving. Reasoning involves establishing cause-effect relationships by examining the reasons behind one's actions. Evaluation refers to reviewing one's actions and recognizing both correct and incorrect steps. Since argumentation requires students to justify their claims, it naturally fosters reflective thinking skills, as defending a claim involves deep reasoning and critical examination (Cho & Jonassen, 2002). Moreover, argumentation serves as an essential tool for resolving uncertainties in problem solving and for structuring insights gained through reflective thinking (Gülen & Yaman, 2019). In this context, while problem solving encompasses inquiry processes, reflective thinking involves monitoring and self-regulation processes, requiring individuals to critically evaluate their own cognitive models (Zorlu & Ateş, 2024). Therefore, since students solve problems step by step using argumentation components in argumentation-based teaching, such instruction can be associated with reflective thinking skills towards problem solving.

Although studies on argumentation in the field of mathematics are relatively limited, interest in mathematical argumentation has increased in recent years (Aberdein, 2009; Ayalon & Hershkowitz, 2018; Dede, 2018; Demiray, 2019; Demiray et al., 2023; Demirel et al., 2017; Doğruer & Akyüz, 2022; Doruk et al., 2018; Duran et al., 2017; Fırat et al., 2016; Gökçe et al., 2020; Güneş, 2013; Küçük Demir, 2014; Marchant et al., 2021; Mercan, 2015; Rino et al., 2021; Ro & Arnesen, 2020; Şengül & Tavşan, 2019). A considerable number of studies have examined the effects of argumentation-based teaching method (ABTM) on students' academic achievement (Akkaş & Memiş, 2020; Aktaş & Doğan, 2018; Aydoğdu, 2017; Demirbağ & Günel, 2014; Karakuş & Yalçın, 2016; Yeşildağ Hasançebi & Günel, 2013; Uluay & Aydın, 2018). However, studies focusing

specifically on mathematics courses remain limited (Can & İşleyen, 2020; Cross, 2009; Duran et al., 2017; İnam, 2020; Küçük Demir, 2014; Küçük Demir & İşleyen, 2019; Mercan, 2015). Similarly, research investigating students' attitudes towards mathematics in relation to ABTM is scarce (Mercan, 2015). Although there are studies linking ABTM to problem solving (Akhdinirwanto et al., 2020; Cho & Jonassen, 2002; Fettahlioğlu & Aydoğdu, 2020; Gillies & Khan, 2009; Türk & Kılıç, 2020), and studies examining its effect on reflective thinking skills are also limited (Baydar, 2018; Gülen, 2016; Rosmiatia et al., 2020), no study has directly investigated its effect on reflective thinking skills towards problem solving.

The performance of Turkish students in international large-scale assessments of Mathematics and science continues to lag behind that of many other countries. Therefore, the use of different instructional methods in mathematics education may contribute to improving student achievement (Göktepe Yıldız, 2019). In this context, this study aims to examine the effect of ABTM on students' academic achievement in mathematics and their attitudes towards mathematics. In addition, it is suggested that the components of the argumentation process can be associated with the steps of the problem-solving process and can provide insights into students' problem-solving processes (Doğruer & Akyüz, 2022). Based on this assumption, the geometry domain was selected, as it allows students to express their problem-solving processes more concretely through visual representations. Within this domain, the topic of triangles was chosen because it includes fundamental concepts of geometry and provides an appropriate context for students to demonstrate abstract thinking and logical reasoning skills, thereby supporting the development of both argumentation and reflective thinking skills.

This study can be regarded as an original contribution, as it not only examines the effects of ABTM on academic achievement and attitude but also investigates its impact on reflective thinking skills towards problem solving at the sub-dimension level (questioning, reasoning and evaluation), which has rarely been addressed in the literature. In this respect, the study is expected to contribute to the development of students' thinking skills and to support their development as individuals who think, question, investigate, and discover, in line with the instructional objectives stated in the Türkiye Century Education Model (2024).

Considering the limited number of studies on the use of ABTM in mathematics education in Türkiye, this study aims to investigate the effect of ABTM on 9th-grade students' academic achievement in the topic of triangles, their reflective thinking skills towards problem solving, and their attitudes towards mathematics.

Accordingly, the following research questions are addressed:

1. Is there a significant difference between the academic achievement of students in the experimental group, in which ABTM is implemented, and those in the control group, in which traditional instruction is implemented, in the 9th-grade triangles unit?
2. Is there a significant difference between the attitudes towards mathematics of students in the experimental group and those in the control group in the 9th-grade triangles unit?

Is there a significant difference between the reflective thinking skills towards problem-solving of students in the experimental group and those in the control group in the 9th-grade triangles unit?

2. Method

This study employed a quantitative research design, which is commonly used to test theoretical assumptions or describe social phenomena (Güçlü, 2020). While true experimental designs enable researchers to examine the direct effect of an independent variable on a dependent variable under controlled or natural conditions, quasi-experimental designs are used when participants cannot be randomly assigned to groups (Sönmez & Alacapınar, 2019). Accordingly, a pretest-posttest control group quasi-experimental design was adopted to examine the effect of ABTM on students' academic achievement, attitude towards mathematics, and reflective thinking skills towards problem-solving.

2.1. Participants

Since the unit on "Triangles" is included in the 9th-grade mathematics curriculum, this study was conducted with ninth-grade students. The study group consisted of 9th-grade students attending a public school in Konya during the 2017-2018 academic year. Data were collected from ninth graders as the Ministry of National Education (MEB, 2018) curriculum designates the "Triangles" unit as part of the ninth-grade curriculum. Among the participating classes, class 9-A was randomly assigned as the experimental group, consisting of 30 students, while class 9-B was randomly selected as the control group, consisting of 28 students.

2.2. Data Collection Tools

In this study, the ABTM served as the independent variable, while academic achievement, attitude towards mathematics, and reflective thinking skills towards problem solving were the dependent variables.

The Triangles Achievement Test (TAT), consisting of open-ended questions, was developed using items previously used in high school entrance examinations as well as items prepared by the researchers. The test was administered as both a pre-test and a post-test to the experimental and control groups, using the same items in both applications. Content validity of the TAT was ensured based on the learning outcomes specified in the mathematics curriculum. In addition, the opinions of two mathematics teachers and one academic were obtained. Following these expert consultations, a pilot study was conducted with 100 students in Konya. The item difficulty index and item discrimination index for each item in the 24-items test were calculated separately. According to the criteria established by Büyüköztürk et al. (2014), item difficulty indices were categorized as follows: 0.00–0.20 (very difficult), 0.20–0.40 (difficult), 0.40–0.60 (moderate), 0.60–0.80 (easy), and 0.80–1.00 (very easy). Items with discrimination index above 0.40 were considered highly discriminative (Büyüköztürk et al., 2014). Based on these results, four items with insufficient difficulty and discrimination values were removed from the test. After excluding these items, the test's reliability coefficient was determined to be 0.974. A sample item from the TAT is presented in Figure 1:

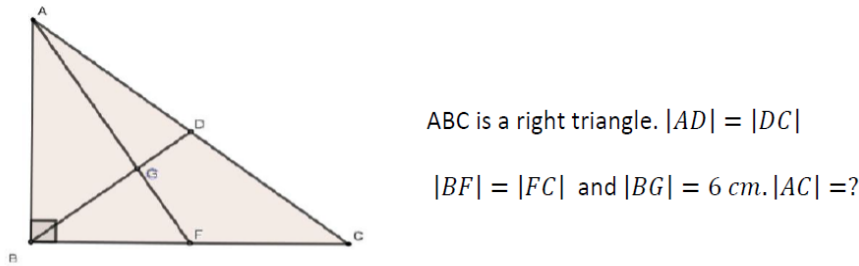


Figure 1. An example of a question included in the TAT

To determine students' attitudes toward mathematics, several existing scales were reviewed. The selection criteria prioritized items that were simple, clear, and concise, ensuring that students could respond accurately and with ease. The Attitude towards Mathematics Scale (ATMS), developed by Kabaca (2006), was selected for this study. The ATMS is a 26-item instrument utilizing a 5-point Likert-type format. Scores on the scale range from minimum of 26 to a maximum of 130. The reported Cronbach's alpha reliability coefficient for the scale is 0.934.

Considering the relationship between the argumentation process and the problem-solving process, the Reflective Thinking Skill Scale towards Problem Solving (RTSSPS), developed by Kızılkaya and Aşkar (2009), was used to examine how students perceive themselves within this process. The RTSSPS comprises 14 items in a 5-point Likert type format, with scores ranging from 14 to 70. The scale is structured into three sub-dimensions: questioning, reasoning, and evaluation. The reliability of the scale was assessed using Cronbach's alpha. The reliability coefficients were 0.73 for the questioning sub-dimension, 0.71 for the reasoning sub-dimension, and 0.69 for the evaluation sub-dimension, while the coefficient for the overall scale was 0.83. The scale was preferred because it allows reflective thinking skills to be examined at the sub-dimension level and focuses on the problem-solving context.

The implementation phase of the study was conducted with ninth-grade students focusing on the "Triangles" unit at a public school. This unit was selected because it encompasses fundamental geometric concepts and provides an appropriate context for the development of argumentation and reflective thinking skills. In the experimental group, instruction was delivered using the ABTM. Throughout the implementation, students used worksheets specifically developed by the researchers. These worksheets incorporated strategies designed to enhance argumentation skills and were refined based on expert feedback. Students were organized into small groups and employed argumentation components while answering questions on the worksheets. Following each activity, group spokespersons presented these components, which were then discussed in a whole-class setting. To ensure dynamic interaction, groups were reorganized weekly based on varying criteria. At the end of the implementation, the worksheets were collected by the researcher. In the control group, instruction followed a traditional approach. The "Triangles" unit was taught through expository teaching, and the question-and-answer technique was used throughout the lessons. At the end of each lesson, students were encouraged to ask clarifying questions, and points of confusion were revisited by the teacher.

Both groups were administered the TAT, the ATMS, and the RTSSPS as pre-tests and post-tests to evaluate the effects of the intervention.

2.3. Data Analysis

Quantitative analysis methods were employed to analyze the data obtained in this study. Data collected via the TAT, the ATMS and the RTSSPS were analyzed using SPSS 24.0 software. Parametric tests were utilized for datasets that met the assumptions of normality and other necessary conditions. Specifically, a paired samples t-test was conducted to determine the significance of the difference between the pretest and posttest mean scores within a single group, while an independent samples t-test was used to compare the mean scores between the two groups. For datasets that did not follow a normal distribution, non-parametric tests were employed; the Mann-Whitney U test was used for between-group comparisons, and the Wilcoxon signed-rank test was used for within-group comparisons. The findings were interpreted based on the differences observed between the experimental and control groups.

2.4. Procedure

The TAT, the ATMS and the RTSSPS were administered to both the experimental and control groups as pretests, and the resulting data were analyzed. Initially, students in the experimental group were introduced to the ABTM- a method they had not previously experienced—using real-life examples. Through activities incorporating everyday scenarios, students develop an understanding of the fundamental principles of argumentation. To elicit prior knowledge relevant to the “Triangles” unit, concepts such as lines, line segments, rays, and angles were reviewed.

In the experimental group, the process was carried out through the implementation of worksheets developed by the researchers and reviewed through expert feedback. One of the researchers took an active role in the data collection phase, acting as a facilitator. The researcher’s primary responsibility was to encourage students to ask questions, generate arguments, and articulate and defend their ideas. In instances where students struggled to initiate the process, the researcher used scaffolding techniques, such as posing brief prompting questions, to facilitate argumentation and sustain engagement through the prepared activities. Students participated actively, responding to the teacher’s prompts and presenting arguments related to the assigned tasks. Throughout the process, an environment was maintained in which students who wished to revise their initial claims were given the opportunity to express their new perspectives freely.

WORKSHEET : AREA MEASUREMENT

What component or components do you need to know to calculate the area of a triangle? Which member(s) of the Jetsons family is telling the truth? Discuss this with your classmates.



George

We can find the area of a triangle when we know only the lengths



Judie

The area cannot be calculated without knowing the height.



Rosy

The area of a triangle can be calculated using only angle



Mr. Spacely

More than one method can be used for measuring area.

Claim:

Data:

Warrant:

Backing:

Qualifier:

Rebuttal:

Figure 2. A sample worksheet used in the experimental group

Figure 2 illustrates a sample worksheet used in the experimental group. In this activity, students identified the character whose perspective they supported and formulated it as a claim. They then completed the task by incorporating additional argumentation components, including data, warrants, qualifiers, backing, and rebuttals, to justify their positions.

In the control group, the teacher delivered instruction through the expository method and checked students' understanding during the lesson. The teacher asked various questions to help students reinforce their learning. At the end of the lesson, students asked questions about the parts they did not understand; however, unlike the experimental group, there was no structured process of constructing and defending arguments.

The research was conducted over a period of 12 weeks, with six hours of instruction per week. Following the intervention, the TAT, the ATMS and the RTSSPS were re-administered to both groups as posttests.

Table 1. Comparison of implementation processes in experimental and control groups

Feature	Experimental Group (ABT)	Control Group (Traditional Instruction)
Instructional Method	Argumentation-Based Teaching	Expository Teaching
Student Role	Active participant, argument constructor, inquirer	Passive recipient, question asker
Teacher Role	Guide, facilitator, promoter of argumentative discourse	Knowledge provider, explainer
Duration	12 weeks (72 instructional hours)	12 weeks (72 instructional hours)

3. Findings

This section presents and analyzes the findings obtained from the TAT, ATMS and RTSSPS.

The findings obtained from the TAT, developed by the researchers, are analyzed in this section.

Table 2. Normality test results of the TAT

Group	Test	Test Statistics	df	p
Control	Pre Test	0,441	28	0,000
	Post Test	0,959		0,339
Experimental	Pre Test	0,556	30	0,000
	Post Test	0,966		0,447

According to the results of the Shapiro-Wilk test, the groups' pretest scores were not normally distributed ($p < .05$). Therefore, the non-parametric Mann-Whitney U test was conducted to determine whether a significant difference existed between the pretest achievement scores of the experimental and control groups.

Table 3. Mann-Whitney U test results for TAT pre-test

	Group	N	Mean Rank	Sum of Ranks	U	p
Pre Test	Experimental	30	30,75	922,5	382,5	0,409
	Control	28	28,16	788,5		

The results of the Mann-Whitney U test indicated no statistically significant difference between the groups' pretest scores [$U = 382.5$, $p > .05$]. This finding suggests that the experimental and control groups were comparable in terms of academic achievement related to the topic of triangles prior to the intervention.

The results of the Shapiro-Wilk test further indicated that the groups' posttest scores were normally distributed ($p > .05$). Therefore, an independent-samples t-test was conducted to determine whether a significant difference existed between the posttest achievement scores of the experimental and control groups.

Table 4. Independent-samples t-test results for the TAT post-test

	Group	N	M	S_d	d_f	t	p
Post Test	Experimental	30	36,13	16,59	56	4,69	0,00
	Control	28	18,87	10,59			

According to the results of the independent-samples t-test, there was a statistically significant difference between the groups' posttest mean scores in favor of the experimental group [$t(56) = 4.69$, $p < .05$]. This finding

indicates that students in the experimental group demonstrated higher academic achievement following the intervention.

The findings related to the ATMS (Kabaca, 2006) are presented in the following section.

Table 5. Normality test results for the ATMS

	Group	Test	Test Statistics	df
Control	Pre Test	0,921	28	0,036
	Post Test	0,970		0,578
Experimental	Pre Test	0,962		0,340
	Post Test	0,941	30	0,096

According to the results of the Shapiro-Wilk test, the control group's pretest scores were not normally distributed ($p < .05$). Therefore, the non-parametric Mann-Whitney U test was conducted to determine whether a significant difference existed between the experimental and control groups' pretest scores on the ATMS.

Table 6. Mann-Whitney U test results for the ATMS pre test

	Group	N	Mean Rank	Sum of Ranks	U	p
Pre Test	Experimental	30	31,18	935,5	369,5	0,418
	Control	28	27,7	775,5		

The results of the Mann-Whitney U test indicated no statistically significant difference between the groups' pretest scores on the ATMS [$U = 369.5, p > .05$]. This finding suggests that the experimental and control groups were comparable in terms of their attitudes towards mathematics prior to the intervention.

The results of the Shapiro-Wilk test further indicated that the groups' posttest scores were normally distributed ($p > .05$). Therefore, an independent-samples *t*-test was conducted to determine whether a significant difference existed between the groups' posttest scores on the ATMS.

Table 7. Independent Samples *t*-test results for the ATMS post test

	Group	N	M	S_d	d_f	t	p
Post Test	Experimental	30	3,70	0,67	56	6,19	0,00
	Control	28	2,65	0,6			

A significant difference was observed in the post-test mean scores of the ATMS between the experimental and control groups, in favor of the experimental group [$t(56) = 6.19, p < .05$]. This finding indicates a more positive development in the experimental group students' attitudes towards mathematics after the intervention.

The findings obtained from the RTSSPS by Kızılkaya and Aşkar (2009), are presented in the following section.

Table 8. Normality Test results for the RTSSPS

Group	Test	Sub dimension	Test Statistics	d_f	P
Control	Pre Test	Questioning	0,950	28	0,198
		Evaluation	0,935		0,082
		Reasoning	0,966		0,472
	Post Test	Questioning	0,965	28	0,455
		Evaluation	0,974		0,686
		Reasoning	0,976		0,735
Experimental	Pre Test	Questioning	0,953	30	0,204
		Evaluation	0,976		0,725
		Reasoning	0,954		0,213
	Post Test	Questioning	0,887	30	0,004
		Evaluation	0,964		0,397
		Reasoning	0,963		0,361

According to the Shapiro-Wilk test results, the pre-test scores of the groups were normally distributed ($p > .05$). Therefore, an independent-samples *t*-test was conducted to determine whether a significant difference existed between the pre-test mean scores of the experimental and control groups on the RTSSPS.

Table 9. Independent-samples *t*-test results for the RTSSPS pre test

	Sub dimension	Group	N	M	S_d	d_f	t	p
Pre Test	Questioning	Experimental	30	3,29	0,88	0,78	56	0,43
		Control	28	3,11	0,81			
	Evaluation	Experimental	30	3,31	0,89	-0,31	56	0,75
		Control	28	3,37	0,67			
	Reasoning	Experimental	30	3,42	0,95	-0,21	56	0,83
		Control	28	3,46	0,59			

The independent-samples *t*-test results indicated that there were no statistically significant differences between the pre-test mean scores of the experimental and control groups across any of the sub-dimensions ($p > .05$). This finding suggests that the experimental and control groups were comparable in terms of reflective thinking skills towards problem solving prior to the intervention.

However, the Shapiro–Wilk test results revealed that the post-test scores for the inquiry sub-dimension in the experimental group were not normally distributed ($p < .05$). Therefore, the non-parametric Mann–Whitney *U* test was employed to determine whether a significant difference existed between the post-test scores of the experimental and control groups on the RTSSPS.

Table 10. Mann–Whitney *U* test results for the RTSSPS post-test

	Alt Boyut	Group	N	Mean Rank	Sum of Ranks	U	p
Post Test	Questioning	Experimental	30	33	990	315,0	0,084
		Control	28	25,75	721		
	Evaluation	Experimental	30	30,85	925,5	379,5	0,513
		Control	28	28,05	785,5		
	Reasoning	Experimental	30	33,88	1016,5	288,5	0,039
		Control	28	24,8	694,5		

These findings indicate that ABTM was more effective than traditional instruction in enhancing students' reasoning skills related to reflective thinking towards problem solving. In contrast, no statistically significant differences were found between the two instructional approaches in the remaining sub-dimensions.

4. Discussion and Conclusion

The aim of this study was to investigate the effects of ABTM on students' academic achievement, reflective thinking skills towards problem solving, and attitudes towards mathematics. To examine the effect of ABTM on academic achievement, TAT administered to the experimental and control groups was analyzed. The results indicated that the achievement levels of both groups increased at the end of the intervention. However, the post-test results showed that the increase in achievement was greater in the experimental group. Accordingly, it can be concluded that ABTM was more effective than traditional instruction in improving students' achievement in the topic of Triangles. This finding may be explained by the fact that ABTM enables students to construct their own ideas and revise them when necessary by incorporating new ideas. In this process, knowledge is not received in a ready-made form but is actively produced by the students; therefore, this active knowledge construction process is thought to have contributed to the increase in student achievement.

Previous studies in the literature have demonstrated that ABTM positively affects students' academic achievement in science education (Akkaş & Memiş, 2020; Aksoy & Demirkaya, 2021; Aktaş & Doğan, 2018; Eroğlu & Yıldırım, 2020; Kara, Yılmaz, & Kınır, 2020; Kristiani & Saragih, 2012; Uluay & Aydın, 2018; Yeşiladağ Hasançebi & Günel, 2013; Zengin et al., 2011). Similar findings have also been reported in the field of mathematics education and are consistent with the results of the present study. In a study aligned with the findings of the current research, Cross (2009) compared students' achievement in mathematics classes conducted through ABTM alone, ABTM combined with writing activities, and traditional instruction. The findings revealed that students who participated in both the argumentation process and writing activities demonstrated the greatest improvement in achievement, whereas the lowest achievement levels were observed among students receiving traditional instruction. These findings are consistent with the results of the present study. Likewise, Küçük Demir (2014) and Mercan (2015), in studies consistent with the present findings, concluded that ABTM contributed positively to ninth-grade students' academic achievement in the topic of Functions. Similarly, Duran et al. (2017) reported that ABTM had a positive effect on eighth-grade students' academic achievement in Probability, thereby supporting the findings of the current study. Can and İşleyen (2020) found that ABTM positively influenced preservice teachers' academic achievement in Probability, which is likewise consistent with the present results. In a similar vein, İnam (2020) reported that ABTM affected sixth-grade students' academic achievement in the topics of Geometric Solids and Volume Measurement as well as Measurement in

Liquids. Korkmaz (2020) also concluded that ABTM had a positive effect on preservice teachers' academic achievement in Transformation Geometry, further supporting the findings of the current study.

Taken together, these findings indicate that ABTM has a positive effect on students' academic achievement across different grade levels and subject areas. This effect may be associated with its contribution to deeper and more durable learning by enabling students to produce their own solutions through argumentative components such as warrants, backings, and rebuttals, as well as by facilitating the establishment of conceptual relationships. In addition, ABTM transforms students from passive recipients of knowledge into active constructors of knowledge. Particularly in topics such as Triangles that require proof and reasoning, enabling students to construct their own arguments and produce solutions beyond the level of knowledge, at the levels of application and analysis, may be effective in increasing academic achievement.

When the results of the ATMS used in this study were examined, it was found that ABTM was more effective than the traditional method in fostering students' positive attitudes towards mathematics. This may be attributed to students' active participation in the learning process, learning by doing and experiencing, and engaging in positive interdependence with their peers during group work. In this respect, the findings are consistent with those reported by Mercan (2015), who concluded that ABTM contributed positively to the development of favorable attitude towards mathematics. Similarly, Aksoy and Demirkaya (2021), Ateş (2019), Aydoğdu (2017), Balcı (2015), Öksüzer (2019), and Uçar (2019) reported that ABTM positively influenced students' attitudes toward science, and these findings are likewise in agreement with the results of the present study.

Nevertheless, the literature also includes studies reporting findings that contradict those of the present research. For instance, Özdemir (2022) found that ABTM did not have a statistically significant effect on third-grade primary school students' attitudes towards mathematics. One possible explanation for the discrepancy between Özdemir's findings and those of the present study may be that the activities implemented within the ABTM process were perceived by third-grade students as time-consuming, challenging, or unengaging. Furthermore, changes in instructional methods alone may not be sufficient to produce significant effects on affective variables such as attitude. In the present study, the positive change observed in the experimental group's attitudes towards mathematics may therefore be attributed not only to the instructional approach itself but also to students' increased active participation during lessons and their greater opportunities for interaction and communication with the teacher.

In the present study, it was found that ABTM did not have a statistically significant effect on students' questioning and evaluation sub dimensions compared to traditional instruction. This finding was reflected in students' failure to revise their arguments at the end of classroom discussions during the argumentation process, despite repeated emphasis by the researcher. This can be considered observable evidence that students were not able to sufficiently develop their evaluation and questioning skills during the process. This situation is thought to be attributable to students' long-standing familiarity with traditional instructional approaches, in which questioning and evaluation are not sufficiently emphasized; therefore, students may not have been able to effectively employ these skills. In addition, the duration of the study may not have been sufficient to change this situation. On the other hand, argumentation was found to be more effective than the traditional method in developing the reasoning sub-dimension, which was associated with students learning through inquiry- and research-based processes rather than rote learning. This finding is consistent with the results of Baydar (2018). In his study, Baydar concluded that teaching the "Electrical Energy" unit through STEM- and ABTM did not have a statistically significant effect on seventh-grade students' reflective thinking skills towards problem solving.

The literature also includes studies whose findings contradict the results of the present research. Contrary to the findings of the current study, Gülen (2016) concluded that ABTM improved students' reflective thinking skills. Similarly, Güner (2023) reported that the ABTM approach positively affected seventh-grade students' reflective thinking skills towards problem solving in physics courses, which is inconsistent with the findings of the present study. These discrepancies between the findings of these studies and the results of the present study are thought to be influenced by whether students were exposed to non-rote, inquiry-based learning environments, students' levels of readiness, and the characteristics of the learning environment and instructional tools.

Although the present study concluded that ABTM positively affected students' academic achievement and attitudes towards mathematics, it was also found that the instructional approach did not produce a statistically significant effect on students' reflective thinking skills towards problem solving. This finding may be interpreted within the scope of the study's limitations. In particular, interpreting affective skills such as attitudes and reflective thinking skills towards problem solving solely through quantitative data may not provide clear information about the results. In addition, the measurement of these skills over a 12-week period constitutes another limitation of the study.

5. Recommendations

This study examined the impact of ABTM on academic achievement, attitude toward mathematics, and reflective thinking skills towards problem solving. Based on the findings, several recommendations are proposed for researchers and practitioners. The results indicate that ABTM appears to positively influence students' academic achievement and their attitudes towards mathematics. In this context, it is recommended that argumentation-based activities be given greater emphasis in mathematics instruction, particularly in topics where conceptual learning is intensive.

The study revealed that ABTM had a significant effect only on the reasoning sub-dimension of reflective thinking skills towards problem solving. This finding indicates that ABTM is effective in supporting students' ability to establish cause-and-effect relationships. Therefore, classroom discussions should encourage students not only to focus on reaching solutions but also to justify and defend their solution processes. The absence of significant differences in the questioning and evaluation sub-dimensions may be attributed to the fact that these skills require longer-term cognitive monitoring and that breaking away from traditional learning habits takes time. Future research is recommended to conduct longitudinal studies that provide sufficient time for the development of questioning and evaluation skills. In addition, qualitative or mixed-method studies may be conducted to identify the reasons behind the limited development of these skills. Since the lack of significant effects in these sub-dimensions may also be related to the topic of Triangles, similar studies may be conducted across different grade levels and subject areas. It is also recommended to include self-assessment, peer assessment, and open-ended discussion activities that enable students to evaluate their solution processes.

In this study, worksheets were used as instructional tools for ABTM; however, it is thought that the use of technological tools would be effective in increasing student motivation. In this context, in line with the Türkiye Century Education Model (2024), particularly in topics such as Triangles where visualization is critical, the effects of argumentation processes supported by dynamic geometry software on students' cognitive skills may be investigated.

Acknowledgements: This study was produced from part of the data in Merve Öz's master thesis and a part of this study was presented orally at the ICCME.

Ethics Committee Approval Information: This study does not require ethic approval, because the data gathered before 2020.

Funding: No funding was reported for this study.

Declaration of interest: The author declares no conflict of interest.

Argümantasyon Temelli Öğretim Yönteminin 9. Sınıf Üçgenler Konusuna Farklı Değişkenler Açısından Etkisi

1. Giriş

Matematik öğretimi, öğrencilerin sadece işlem becerilerini geliştirmesinin ötesinde, matematiksel düşünme, mantık yürütme ve problem çözme gibi yüksek düzeyde bilişsel becerileri kazanmalarını amaçlayan dinamik bir alandır (Ersoy, 2006). Etkili bir matematik öğretimi birçok unsuru barındırmaktadır. Bu unsurlardan biri olan öğretim yöntemi, öğrencilerin öğrenmelerine aktif katılım, motivasyon gibi birçok açıdan etki etmektedir (Sarier, 2020). Değişen ve gelişen dünyada, öğretmenlerin öğretim yöntemlerine bakış açısı ve kullandıkları öğretim yöntemleri de değişmektedir. Geçmiş yıllarda öğrencilere geleneksel yöntemlerle dersler anlatılmış ve öğrencilerin verilen bilgileri sorgulamadan kabul etmeleri beklenmiştir. Bu şekilde ilerleyen öğretim sürecinde öğrenciler bilgileri ezberleyerek öğrenmeye çalışmışlardır (Gay Cassel, 2002). Bu durum birçok öğrencinin, matematiğin sadece soru- cevap süreci olduğuna dair yanlış bir fikre kapılmalarına sebep olmuştur. Oysa matematik sadece soru- cevap süreci değil; keşfetmeyi, muhakeme etmeyi barındıran ve diğer disiplinlerle ilişkili olan dinamik bir araştırma sürecidir (Witkowski Rumsey, 2012). Bu bağlamda matematik öğrenimi ve öğretiminde önemli yer tutan kavramlardan biri matematiksel muhakemedir. Nitekim Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde (2024) matematiksel muhakeme kavramının matematiksel alan becerilerinden olduğu belirtilmektedir.

Matematiksel muhakeme kavramını, farklı kavramlarla ilişkilendirmek mümkündür. Bu kavramlardan biri de argümantasyon sürecidir (Doruk vd., 2018). Argümantasyon sürecinde ortaya atılan argümanlar matematiksel muhakeme sürecinin hem ürünleri hem de elementleri olarak görülebilir. Argüman oluşturma süreci amaçlandığı süreç; muhakeme etme, sezgisel düşünme, hipotezler ortaya koyma ve bunları test etme gibi bileşenler içerebilir (Furinghetti & Morselli, 2009). Dolayısıyla argümantasyon kavramının, tüm bu bileşenler göz önünde bulundurularak irdelenmesi gerekmektedir.

Argümantasyon ile ilgili farklı yaklaşımlar bulunmakla birlikte argümantasyon kavramı Toulmin'in *The Uses of Argument* (1958) kitabıyla detaylı bir şekilde ele alınmıştır. Toulmin'e göre bir argüman iddia, veri, gerekçe olarak adlandırılan üç temel öğeden ve destekleyici, sınırlayıcı, çürütücü olarak adlandırılan üç yardımcı öğeden oluşmaktadır (Toulmin, 2003). Bu modele dair öğeler aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

İddia: İki ya da daha fazla katılımcı aynı fikirde olmadığında ortaya atılan fikirler iddiadır ki bunlar dinleyiciler tarafından alenen veya dolaylı olarak sorgulandığında desteğe ihtiyaç duyar. Böyle sorgulayıcı öğrenme ortamlarında öğrenciler problemlere daha özgün çözümler üretebilirler (Toulmin, 2003).

Veri: İddialara temel olan gerçeklerdir. Bunlar mutlaka deneylerle desteklenen gerçekler olmak zorunda değildir. Burada verilerin itiraz edilemeyecek şekilde ve herkes tarafından kabul görüyor olması yeterlidir. Aksi halde gerçeklikleri kabul görene kadar iddia olarak kalacaklardır (Toulmin, 2003).

Gerekçe: İddianın veriyle ilişkisini açıklayan ve bu verilerden sonuç çıkarmamızı sağlayan ifadeler, gerekçedir. Formüller ve algoritmalar örnek olarak verilebilir (Toulmin, 2003).

Burada bir argümanın oluşumunda iddia, veri, gerekçe seçimlerinin etkisi sosyal bağlamla alakalıdır. Sadece sürecin doğru işleyişi ya da mantıklı bir zemine oturtulmasından öte izleyicilerin ikna olma derecesi de önemlidir (Forman vd., 1998). Bu süreçte ise yardımcı öğeler (destekleyici, sınırlayıcı ve çürütücüler) izleyicileri ikna etmede büyük etkiye sahiptir:

Destekleyici: İddiayı güçlendiren ifadelerdir (Toulmin, 2003).

Sınırlayıcı: İddianın sınırlarını çizen ifadelerdir (Toulmin, 2003).

Çürütücü: İddianın ne zaman veya hangi durumlarda geçersiz olacağını belirten ifadelerdir (Toulmin, 2003).

Argümantasyon sosyal bağlamın yanı sıra diyalektik olarak ele alındığında ise Aristoteles'in *Topics*'inde yer verilen kavramlar üzerinde durulmalıdır (Blair & Johnson, 1987):

- Argümantasyon bir *ürün* olarak düşünüldüğünde bir satranç ya da futbol oyunundaki gibi sürecin arka planı ön planda tutulmalıdır. Yani ortaya atılan bir soru ve ona daha önceden verilmiş cevaplar detaylıca ele alınmalıdır.
- Argümantasyon sürecinde bir fikri sorgulayan kişi rolü ve soruları cevaplayan kişi rolleri olmak üzere iki kişilik rol vardır. Bu roller farklı aşamalarda aynı kişiler tarafından oynanabilir.

- Argümantasyon süreci bir öneri veya bir şüpheyle başlar. Burada kişi neyin argümanı olduğunu, neyin olmadığını yapılan itirazlar ve şüpheler doğrultusunda değerlendirir. Bu değerlendirmeler sırasında yapılan itirazlar hakkında çelişkiye düşülürse desteklere ihtiyaç duyulur.
- Argümantasyon fikirleri değiştirmeyi ya da pekiştirmeyi amaçlayan bir etkinliktir. Burada soru soran, iddiasının itiraz göreceğini, zorluklarla karşılaşacağını ya da reddedileceğini bilir. Cevap veren ise iddianın zorluklara dayanabileceğini ya da reddedilecek kadar yetersiz olduğunu öngörmeye çalışır.

Tüm bu yaklaşımlar irdelendiğinde, argümantasyonun iki ya da daha fazla bireyin etkileşimi sonucu ortaya çıkan bir değişim süreci olduğu belirtilebilir (Blair & Johnson, 1987). Bireylerin etkileşimi sonucu ortaya çıkması da bu sürecin önemini vurgulamaktadır.

Argümantasyon sürecinin önemi, yapılan çeşitli faaliyetler ile de göz önünde bulundurulmuştur. Amerika Birleşik Devletleri'ndeki matematik eğitiminin yetersizliğini müfredat değişikliğiyle çözmeyi öngören araştırmalar neticesinde Matematik için Ortak Temel Eyalet Standartları (Common Core State Standards for Mathematics [CCSSM], 2010) ortaya atılmıştır. CCSSM'nin kullandığı Matematik Uygulama Standartları şunlardır:

- Sorunları anlamlandırmak ve çözmeye gayretli olmak
- Soyut gerekçelendirme yapmak
- Uygulanabilir argümanlar ve başka fikirlere eleştiriler oluşturmak
- Matematiksel model kurmak
- Stratejik olarak uygun araçları kullanmak
- Hassasiyete katılmak
- Yapıyı aramak ve kullanmak
- Tekrarlanan muhakemelerdeki düzenliliği aramak ve ifade etmek

CCSSM standartlarına göre matematik konusunda yetkin öğrenciler daha önceden ortaya atılmış bir argümanın sonuçlarını kullanarak, akıl yürüterek, tanım ve varsayımları kullanarak mantık çerçevesinde varsayımlar ortaya atabilirler. Bu varsayımların doğruluğunu destekleyecek vaka analizlerini ve karşıt örnekleri kullanabilirler. Argümanlarını karşı tarafa iletirler ve onların argümanlarına da cevap üretirler. Ayrıca iki argümanı kıyaslayarak hangisinin mantık çerçevesine uygun olduğunu çözümleyebilirken, yanlış olan ya da akla uygun olmayan argümanların da neden yanlış olduğunu açıklayabilirler. Bu şekilde öğrenciler birbirlerinin argümanlarını dinleyebilir ve merak ettikleri noktaları sorarak öğrenebilirler (CCSSM, 2010). Dolayısıyla bu sürecin temelinde, fikirler oluşturup bunları farklı şekillerde ifade edebilmek yatmaktadır.

Argümantasyon sürecinin önemine CCSSM (2010) standartlarında değinildiği gibi ülkemizdeki matematik öğretim programlarımızda da değinilmiştir. Ülkemizde ilköğretim ve ortaöğretim düzeyinde kullanılan matematik öğretim programları incelendiğinde, Milli Eğitim Bakanlığı ([MEB], 2018) öğretim programında açık bir şekilde argümantasyon kavramından bahsedilmemiş olsa da bireylerin matematiksel fikirler oluşturup bu fikirleri ifade edebilme becerilerinden bahsedilerek örtülü bir şekilde argümantasyon sürecine değinilmiştir. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde (2024) ise fen bilimleri alan becerisine dahil edilen argümantasyon kavramına matematiksel alan becerisinde değinilmediği; ancak matematiksel muhakeme kavramıyla argümantasyon sürecine işaret edildiği görülmektedir. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde (2024) *çözümleme*, *yorumlama*, *çıkarım yapma* ve *matematiksel doğrulama veya ispat yapma* matematiksel muhakeme becerileri olarak belirtilmişlerdir. Özellikle bu modelde bahsi geçen muhakeme, doğrulama veya ispat yapma ifadeleri argümantasyon süreciyle doğrudan ilişkilidir. Çünkü matematiksel argümantasyon, matematiksel iddiaların geçerliliğini, veriler ve gerekçeler kullanarak sistematik bir şekilde gerekçelendirme ve ispat etme sürecidir (Rodríguez Nieto vd., 2023). Dolayısıyla argümantasyon süreci bireylerin üst düzey düşünme becerileriyle ilişkilendirilebilir.

Argümantasyon temelli öğretim öğrencilerin eleştirel düşünme, problem çözme gibi düşünme becerilerini geliştirebilir. Bu becerilerden problem çözme, bir problemin sonucuna ulaşabilmek için izlenen yolları kapsar. Kızılkaya ve Aşkar'a (2009) göre problem çözme bir bireyin sahip olması gereken en önemli becerilerdendir. Bu becerinin kazanılabilmesi için problemin anlaşılması, problemin çözümü adına plan yapılması, planın uygulanması ve elde edilen sonucun doğruluğunun ve geçerliliğinin kontrol edilmesi gerekmektedir (Schoenfeld, 1987). Bu aşamalar yansıtıcı düşünme sürecini de kapsadığından ve problem çözme süreci bireyin yansıtıcı düşünme becerisinin en iyi gözlenebileceği süreç (Kızılkaya & Aşkar, 2009) olduğundan problem çözme becerisi yansıtıcı düşünme becerisiyle de ilişkilendirilebilir. Yansıtıcı düşünme kavramının temeli Dewey'in *How We Think* kitabına dayanmaktadır (Çınar, 2016). Dewey'e (1910) göre yansıtıcı düşünme; "*bir inanış ve*

varsayılan bilgi biçiminin bu inancı ve bilgiyi destekleyen temeller ve yol açabileceği muhtemel sonuçlar ışığında etkin, sürekli ve dikkatli bir biçimde ele alınması”dır. Yansıtıcı düşünme bireyin yeni elde ettiği bilgileri daha önceden zihninde var olan bilgilerle harmanlayıp özümsemesidir (Çınar, 2016). Dewey (1910), yansıtma sürecinin öneriler, problem, hipotezler, nedenleme ve test etme olmak üzere beş aşamadan oluştuğunu öne sürmüştür. Her ne kadar aşamaların sırası önemsiz gözükse de birbirleriyle ilişkileri yadsınamaz (Kızılkaya & Aşkar, 2009). Kızılkaya ve Aşkar (2009) ise yansıtıcı düşünmenin sorgulama, nedenleme ve değerlendirme becerilerinden oluştuğunu belirtmişlerdir. Sorgulama, bireylerin problem çözme sürecinde kendilerinin oluşturduğu veya kendilerine yöneltilen sorulara dair fikir sunma sürecidir. Nedenleme, bireyin eylemlerinin nedenini sorgulayarak neden-sonuç ilişkisi kurmasına dayanır. Değerlendirme ise bireyin eylemlerini gözden geçirerek yanlış ve doğru adımlarının farkına varmasını kapsar. Argümantasyon süreci, öğrencileri iddialarını gerekçelendirmeye zorladığı için, doğal olarak yansıtıcı düşünme becerilerini de tetikler; çünkü bir iddiayı savunmak, o iddia üzerine derinlemesine düşünmeyi ve onu eleştirel bir süzgeçten geçirmeyi gerektirir (Cho & Jonassen, 2002). Argümantasyon süreci problem çözme sürecindeki belirsizliklerin giderilmesi ve yansıtıcı düşünme yoluyla kazanılan içgörülerin yapılandırılması için vazgeçilmez bir araçtır (Gülen & Yaman, 2019). Bu bağlamda problem çözme, sorgulama sürecini kapsarken, yansıtıcı düşünme de izleme ve öz düzenleme sürecini kapsayarak bireylerin kendi zihinsel modellerini eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirmelerini gerektirir (Zorlu & Ateş, 2024). Dolayısıyla argümantasyon temelli öğretim sürecinde öğrenciler karşılaştıkları problemleri argümantasyon öğelerini kullanarak aşamalar halinde çözdüklerinden argümantasyon temelli öğretim problem çözme sürecine yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ile ilişkilendirilebilir.

Matematik alanında argümantasyon ile ilgili yapılmış çalışmalar oldukça sınırlı olmakla birlikte son yıllarda matematiksel argümantasyona (Aberdein, 2009; Ayalon & Hershkowitz, 2018; Dede, 2018; Demiray, 2019; Demiray vd., 2023; Demirel vd., 2017; Doğruer & Akyüz, 2022; Doruk vd., 2018; Duran vd., 2017; Fırat vd., 2016; Gökçe vd., 2020; Güneş, 2013; Küçük Demir, 2014; Marchant vd., 2021; Mercan, 2015; Rino vd., 2021; Ro & Arnesen, 2020; Şengül & Tavşan, 2019) ilgi artmaktadır. Argümantasyon temelli öğretim yönteminin öğrencilerin akademik başarısına etkisini inceleyen birçok çalışma (Akkaş & Memiş, 2020; Aktaş & Doğan, 2018; Aydoğdu, 2017; Demirbağ & Günel, 2014; Karakuş & Yalçın, 2016; Yeşildağ Hasaıcebi & Günel, 2013; Uluay & Aydın, 2018) olmasına rağmen öğrencilerin matematik dersindeki akademik başarısına etkisini inceleyen çalışmalar (Can & İşleyen, 2020; Cross, 2009; Duran vd., 2017; İnam, 2020; Küçük Demir, 2014; Küçük Demir & İşleyen, 2019; Mercan, 2015) sınırlıdır. Argümantasyon temelli öğretim yönteminin öğrencilerin matematiğe karşı tutumuna etkisini (Mercan, 2015) inceleyen çalışmalar sınırlıdır. Argümantasyon temelli öğretim yönteminin problem çözme yöntemiyle ilişkilendirildiği (Akhdinirwanto vd., 2020; Cho & Jonassen, 2002; Fettahlioğlu & Aydoğdu, 2020; Gillies & Khan, 2009; Türk & Kılıç, 2020) yansıtıcı düşünme becerisine etkisini inceleyen çalışmalar sınırlı (Baydar, 2018; Gülen, 2016; Rosmiati vd., 2020) olmakla birlikte problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisine etkisini inceleyen bir çalışma bulunmamaktadır.

Türkiye’deki öğrencilerin uluslararası fen ve matematik alanlarında değerlendirmelerinin yapıldığı sınavlardaki başarıları diğer birçok ülkeden geridedir. Bu yüzden matematik eğitiminde farklı öğretim metotlarının kullanımı öğrenci başarısına katkı sağlayabilir (Göktepe Yıldız, 2019). Bu metotlardan biri olan argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin matematik dersinde akademik başarılarına ve matematik dersine karşı tutumlarına etkisini incelemek bu çalışmanın amaçlarından biridir. Ayrıca argümantasyon sürecine dair öğelerin kullanımının problem çözme sürecindeki adımlarla ilişkilendirilebileceği ve süreçte öğrencilerin problem çözme sürecine dair yansımalar sunabileceği düşünülmektedir (Doğruer & Akyüz, 2022). Araştırmada öğrencilerin somut şekiller kullanarak problem çözüm süreçlerini daha detaylı açıklayabilecekleri düşünüldüğünden geometri alanı; geometri alanına dair temel ifadeleri içerdiğinden Üçgenler konusu üzerinde çalışılmıştır. Ayrıca Üçgenler konusu, öğrencilerin soyut düşünme ve mantıksal çıkarım yapma yeteneklerini ortaya koymasını sağlayan, dolayısıyla argümantasyon ve yansıtıcı düşünme becerilerinin gelişimine en uygun zeminlerden biri olarak görülmüştür.

Bu çalışma, argümantasyon temelli öğretimin akademik başarı ve tutum üzerindeki etkilerini incelemenin yanı sıra, bu öğretim yönteminin literatürdeki problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi üzerindeki etkisini alt boyutlar düzeyinde (nedenleme, sorgulama, değerlendirme) inceleyen ilk çalışmalardan biri olması nedeniyle özgün bir çalışma olarak nitelendirilebilir. Ayrıca çalışmanın Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli’nde (2024) belirtilen öğretim hedefleri doğrultusunda öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmede ve düşünen, sorgulayan, araştıran ve keşfeden birey olmalarında etkili olacağı düşünülmektedir. Türkiye’de argümantasyon temelli öğretim yönteminin matematik alanında kullanıldığı çalışmaların sınırlı olması da göz önünde bulundurularak bu çalışmada argümantasyon temelli öğretim yönteminin 9. sınıf öğrencilerinin Üçgenler konusunda akademik başarılarına, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisini araştırmak amaçlanmıştır.

Bu çalışmada aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranacaktır:

- 1) 9. sınıf Üçgenler konusunun öğretiminde argümantasyon temelli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu ve geleneksel öğretim uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin akademik başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
- 2) 9. sınıf Üçgenler konusunun öğretiminde argümantasyon temelli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu ve geleneksel öğretim uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin matematiğe karşı tutumları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
- 3) 9. sınıf Üçgenler konusunun öğretiminde argümantasyon temelli öğretim yönteminin uygulandığı deney grubu ve geleneksel öğretim uygulandığı kontrol grubu öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

2. Yöntem

Bu araştırmada nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nicel araştırma yöntemleri, teorilerin geçerliliğini test edebilme veya sosyal olguları tasvir edebilme amacı taşıyan çalışmalardır (Güçlü, 2020). DeneySEL desenler doğal ya da yapay ortamlarda bağımsız değişkenin bağımlı değişkene nasıl etki ettiğine dair bilgiler elde etme sürecini kapsarken, yarı deneySEL desenler örneklemenin amaçlı seçildiği desenlerdir (Sönmez & Alacapınar, 2019). Bu çalışmada argümantasyon temelli öğretim yönteminin öğrencilerin akademik başarılarına, matematiğe karşı tutumlarına ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine etkisini incelemek amaçlandığından bu çalışma ön test-son test kontrol gruplu yarı deneySEL desen üzerine tasarlanmıştır.

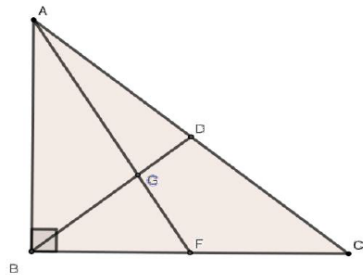
2.1. Katılımcılar

Bu araştırma Üçgenler konusu 9. sınıf öğretim programında yer aldığından, 9. sınıf öğrencileri üzerinde yürütülmüştür. Bu araştırmanın çalışma grubu 2017- 2018 eğitim- öğretim yılında Konya iline bağlı bir devlet okulundaki 9. sınıf öğrencileri olarak seçilmiştir. MEB (2018) öğretim programında Üçgenler konusu 9. sınıf müfredatı kapsamında olduğundan veriler 9. sınıf öğrencilerinden elde edilmiştir. Bu sınıflardan deney grubu olarak rasgele seçilen 9-A sınıfında 30 öğrenci; kontrol grubu olarak rasgele seçilen 9-B sınıfında 28 öğrenci mevcuttur.

2.2. Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması

Argümantasyon temelli öğretim yaklaşımı bu çalışmanın bağımsız değişkenidir. Bu çalışmanın bağımlı değişkenleri ise akademik başarı, matematiğe karşı tutum ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisidir.

Araştırmada araştırmacılar tarafından daha önceki yıllarda liselere giriş sınavlarında sorulmuş sorular ve araştırmacıların hazırladığı sorulardan açık uçlu olarak oluşturulmuş Üçgenler Başarı Testi (ÜBT) deney ve kontrol grubu öğrencilerine ön test- son test olarak uygulanmıştır. Ön ve son testte kullanılan ÜBT aynı sorulardan oluşmaktadır. ÜBT hazırlanırken öğretim programındaki kazanımlar esas alınarak kapsam geçerliliği sağlanmıştır. Ayrıca iki matematik öğretmeni ve bir akademisyenin görüşleri alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda son şekli verilen ÜBT, Konya ili genelinde öğrenim gören 100 öğrenciye pilot çalışma olarak uygulanmıştır. Pilot çalışma sonucunda 24 soruluk testte yer alan maddelerin madde güçlük ve ayırt edicilik indeksleri ayrı ayrı hesaplanmıştır. Madde güçlük indeksi 0.00- 0.20 arasındaki maddeler çok zor, 0.20- 0.40 arasındaki maddeler zor, 0.40- 0.60 arasındaki maddeler orta, 0.60- 0.80 arasındaki maddeler kolay, 0.80- 1.00 arasındaki maddeler çok kolay kabul edilmiştir (Büyüköztürk vd. 2014). Madde ayırt edicilik indeksi 0.40'ın üzerindeki maddeler ise ayırt edici olarak kabul edilmiştir (Büyüköztürk vd., 2014). Pilot uygulama sonucuna göre madde güçlük ve ayırt edicilik düzeyleri yetersiz olan 4 soru testten çıkarılmıştır. Güçlük ve ayırt edicilik seviyesi uygun olmayan sorular testten atıldıktan sonra elde edilen güvenirlik katsayısı 0,974'tür. ÜBT'de yer alan sorulardan bir örnek Şekil 1'de verilmiştir:



ABC bir dik üçgen.

$|AD|=|DC|$, $|BF|=|FC|$ ve

$|BG|=6$ cm ise $|AC|=?$

Şekil 1. ÜBT'de yer alan sorulardan bir örnek

Çalışmada öğrencilerin matematiğe karşı tutumunu belirlemek için kullanılabilecek tutum ölçekleri incelenmiştir. Tutum ölçeği seçiminde ölçek maddelerinin öğrencilerin içtenlikle ve kolaylıkla yanıt

verebilecekleri basitlikte, anlaşılabilirlikte ve kısalıkta olmalarına dikkat edilmiştir. Çalışmada kullanılan Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ) Kabaca (2006) tarafından geliştirilmiş 5li likert tipindeki 26 soruluk bir ölçektir. Ölçekten alınabilecek minimum puan 26, maksimum puan 130' dur. Ölçeğin Cronbach Alpha güvenilirlik katsayısı 0,934' tür.

Argümantasyon sürecinin problem çözme süreciyle ilişkisi göz önünde bulundurularak öğrencilerin bu süreçte kendilerini nasıl gördüklerini incelemek amaçlandığından çalışmada Kızılkaya ve Aşkar (2009) tarafından geliştirilen Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği (PÇYYDBÖ) kullanılmıştır. Ölçeğin sorgulama, nedenleme, değerlendirme olmak üzere 3 alt boyutu bulunmaktadır. 5li likert tipindeki ölçekteki 14 sorudan alınabilecek minimum puan 14, maksimum puan 70' tir. Ölçeğin güvenilirlik hesaplaması için Cronbach Alpha kullanılmıştır. Ölçeğin sorgulama alt boyutu için 0,73, nedenleme alt boyutu için 0,71, değerlendirme alt boyutu için 0,69 değerleri elde edilirken testin tamamı için bu değer 0,83 olarak hesaplanmıştır. Bu ölçek, yansıtıcı düşünme becerisini alt boyutlar düzeyinde incelemeye olanak tanıdığı ve problem çözme bağlamına odaklandığı için çalışmada tercih edilmiştir.

Araştırmanın uygulama aşaması bir devlet okulunda, 9. sınıf öğrencileri ile 'Üçgenler' konusu üzerinde gerçekleştirilmiştir. Üçgenler konusu geometri alanına dair temel kavramları içeren ve argümantasyon ve yansıtıcı düşünme becerilerinin gelişimine zemin hazırlayan bir konu olduğundan çalışmada kullanılmasına karar verilmiştir. Araştırmada deney grubundaki öğrencilere dersler argümantasyon temelli öğretim yöntemi ile işlenmiştir. Deney grubunda süreçte araştırmacılar tarafından hazırlanan çalışma kağıtları kullanılmıştır. Bu çalışma kağıtları hazırlanırken argümantasyon becerilerini geliştiren stratejilerden yararlanılmış ve uzman görüşlerine başvurulmuştur. Süreçte öğrenciler gruplara ayrılarak çalışma kağıtlarına dair soruları cevaplandırırken argümantasyon öğelerini kullanmışlardır, her çalışma kağıdında yer alan etkinlikten sonra grup sözcüleri tarafından bu öğeler açıklanmış ve sınıf ortamında tartışılmıştır. Gruplar her hafta değiştirilerek farklı ölçütler yoluyla yeni gruplar belirlenmiştir. Süreç sonunda çalışma kağıtları araştırmacı tarafından toplanmıştır. Kontrol grubunda ise dersler geleneksel yöntemle işlenmiştir. Öğrencilere Üçgenler konusu sunuş yoluyla anlatılmış, soru-cevap tekniği kullanılmış ve her dersin sonunda öğrencilere anlamadıkları noktalar sorularak o noktalara tekrar değinilmiştir. Her iki gruba da ön ve son test olarak Üçgenler Başarı Testi, Matematik Tutum Ölçeği, Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Ölçeği uygulanmıştır.

2.3. Verilerin Analizi

Çalışmadan elde edilen verilerin analizinde nicel analiz yöntemleri kullanılmıştır. ÜBT, MTÖ ve PÇYYDBÖ uygulanarak öğrencilerden toplanan veriler SPSS 24.0 programı ile çözümlenmiştir. Bu verilerden normal dağılım sağlayan ve parametrik testlerin uygulanması için diğer koşulları sağlayan verilerde parametrik testler uygulanmıştır. Bir grubun ön test-son test puanları ortalamaları arasındaki farkı belirlemek için bağımlı örneklem t testi, iki grubun puan ortalamaları arasındaki farkı belirlemek için ise bağımsız örneklem t testi uygulanmıştır. Normal dağılım sağlamayan veriler için parametrik olmayan testlerden Mann Whitney U ve Wilcoxon testleri kullanılarak grupların puanları arasındaki farklar saptanmıştır. Araştırmada deneysel çalışma kullanıldığından grupların puanları arasındaki farklar bulguların yorumlanması için yeterli görülmüştür.

2.4. Süreç

Deney ve kontrol gruplarına ÜBT, MTÖ ve PÇYYDBÖ ön test olarak uygulanmıştır. Elde edilen veriler analiz edilmiştir. Deney grubundaki öğrencilere öncelikle daha önce tecrübe etmedikleri argümantasyon temelli öğretim (ATÖ) yaklaşımı günlük yaşamdan örneklerle tanıtılmıştır. Öğrenciler günlük hayattan argümantasyon temelli öğretim yaklaşımını içeren etkinliklerle argümantasyonu kavramaya çalışmışlardır. Üçgenler konusuyla ilgili ön bilgileri açığa çıkarmak adına doğru, doğru parçası, ışın, açı kavramları öğrencilere hatırlatılmıştır.

Deney grubunda süreç araştırmacılar tarafından oluşturulan ve uzman görüşleri alınan çalışma kağıtlarının öğrencilere uygulanması şeklinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılardan biri veri toplama sürecinde etkin rol oynamıştır. Bu araştırmacının çalışmadaki görevi ise öğrencileri soru sormaya, argüman üretmeye ve fikirlerini ortaya atıp savunmaya yönlendirmek olmuştur. Sürecin öğrenciler tarafından başlatılamadığı durumlarda araştırmacı kısa sorularla argümantasyon sürecini başlatmış ve hazırlanan etkinliklerle sürecin devamına katkı sağlamıştır. Öğrenciler ise sürece aktif katılmış, öğretmenlerinin sorularına cevap vermiş ve kendilerine sunulan etkinliklerle ilgili argümanlarını ortaya koymuşlardır. Süreç sonunda, fikrini değiştirmek isteyen öğrenciler olmuştur. Bu öğrencilerin yeni fikirlerini rahatça ifade edebilmelerine olanak sağlanmıştır.

ÇALIŞMA KAĞIDI: ALAN ÖLÇME

Bir üçgenin alanını hesaplayabilmek için hangi bileşenlerin ölçülerini bilmek gereklidir ya da yeterlidir? Bu konuda tartışan Jetsons ailesinin hangi ferdi sizce doğruyu söylemektedir? Grup arkadaşlarınızla tartışınız.

George: Sadece kenar uzunluklarını bildiğimiz üçgenin alanını bulabiliriz.

Judie: Yükseklik bilinmeden alan hesaplanamaz.

Rosy: Sadece açı ölçüleri kullanılarak alan hesaplanabilir.

Bay Spacely: Alan hesabı için birden fazla yöntem kullanılabilir.

İddia:

Veri:

Gerekeç:

Niteleyici:

Destekleyici:

Çürütücü:

Şekil 2. Deney grubuna uygulanan çalışma kağıtlarından bir örnek

Şekil 2’de deney grubunda yapılan etkinliklere yönelik bir çalışma kâğıdı örnek olarak sunulmuştur. Bu etkinlikte öğrenci hangi karakterin görüşüne katılıyorsa o görüşü iddia olarak ifade etmiş ve iddiasına veri, gerekçe, niteleyici, destekleyici ve çürütücü öğelerini de ekleyerek etkinliği tamamlamıştır.

Kontrol grubunda öğretmen öğrencilere konuyu anlatmış, öğrencilerden anlayıp anlamadıklarına dair dönüt alarak öğretimi sunuş yoluyla gerçekleştirmiştir. Burada öğretmen farklı sorular sormuş ve öğrencilerin öğrendiklerini bu yolla pekiştirmelerini beklemiştir. Sürecin sonunda öğrenciler anlamadıkları kısımları öğretmenlerine soru olarak yöneltmişlerdir ancak deney grubundaki gibi yapılandırılmış bir argüman oluşturma ve savunma süreci yer almamıştır.

Araştırma haftada 6 saat olmak üzere 12 hafta boyunca devam etmiştir. Uygulama sonunda, her iki gruba da ÜBT, MTÖ ve PÇYYDBÖ son test olarak tekrar uygulanmıştır.

Tablo 1. Deney ve kontrol gruplarındaki uygulama süreçlerinin karşılaştırılması

Özellik	Deney Grubu (ATÖ)	Kontrol Grubu (Geleneksel)
Öğretim Yöntemi	Argümantasyon Temelli Öğretim	Sunuş Yoluyla Öğretim
Öğrenci Rolü	Aktif katılımcı, argüman üreten, sorgulayan	Pasif alıcı, soru soran
Öğretmen Rolü	Rehber, kolaylaştırıcı, argümantasyon sürecini tetikleyici	Bilgi aktarıcı, açıklayıcı
Süre	12 hafta (72 ders saati)	12 hafta (72 ders saati)

3. Bulgular

Bu kısımda araştırmacılar tarafından uygulanan ÜBT, MTÖ ve PÇYYDBÖ sonuçları analiz edilmiştir.

Araştırmacılar tarafından hazırlanan Üçgenler Başarı Testi’nden elde edilen veriler aşağıda yorumlanmıştır:

Tablo 2. Üçgenler Başarı Testi normallik testi sonuçları

	Grup	Test İstatistiği	Sd	p
Kontrol	Ön Test	0,441	28	0,000
	Son Test	0,959		0,339
Deney	Ön Test	0,556	30	0,000
	Son Test	0,966		0,447

Shapiro-Wilks testinin sonuçlarına göre grupların ön test puanları normal dağılım ($p < 0,05$) göstermemektedir. Bu nedenle deney ve kontrol grubunun başarı ön testleri puanları arasında fark olup olmadığını belirlemek için parametrik olmayan testlerden Mann Whitney-U testi kullanılmıştır.

Tablo 3. Başarı Testinin ön test Mann Whitney-U Testi sonuçları

	Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Ön Test	Deney	30	30,75	922,5	382,5	0,409
	Kontrol	28	28,16	788,5		

Mann-Whitney U testinin sonuçlarına göre grupların ön test puanları arasında anlamlı bir farklılık yoktur [$U = 382,5$, $p > 0,05$]. Bu durum deney ve kontrol gruplarının uygulama öncesi Üçgenler konusu akademik başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir.

Shapiro- Wilks testinin sonuçlarına göre grupların son test puanları normal dağılım göstermektedir ($p > 0,05$). Bu nedenle deney ve kontrol grubunun başarı son testleri ortalamaları arasında fark olup olmadığını belirlemek için parametrik testlerden bağımsız t testi kullanılmıştır.

Tablo 4. Başarı Testinin son test bağımsız t testi sonuçları

	Grup	N	$\bar{X}$	s	S_d	t	p
Son Test	Deney	30	36,13	16,59	56	4,69	0,00
	Kontrol	28	18,87	10,59			

Bağımsız t- test sonuçlarına göre grupların son test puanları ortalamaları arasında deney grubu lehine anlamlı bir farklılık vardır [$t = 4,69$, $p < 0,05$]. Bu durum uygulama sonrasında deney grubu öğrencilerinin akademik başarılarında daha fazla artış olduğunu göstermektedir.

Kabaca (2006) tarafından geliştirilen Matematik Tutum Ölçeğinden alınan sonuçlar bu kısımda analiz edilmiştir:

Tablo 5. Matematik Tutum Ölçeği normallik testi sonuçları

	Grup	Test İstatistiği	Sd	P
Kontrol	Ön Test	0,921	28	0,036
	Son Test	0,970		0,578
Deney	Ön Test	0,962	30	0,340
	Son Test	0,941		0,096

Shapiro-Wilks testinin sonuçlarına göre kontrol grubunun ön test puanları normal dağılım göstermemektedir ($p < 0,05$). Bu nedenle deney ve kontrol grubunun MTÖ ön test puanları arasında fark olup olmadığını belirlemek için parametrik olmayan testlerden Mann Whitney-U testi kullanılmıştır.

Tablo 6. Deney ve kontrol gruplarının Matematik Tutum Ölçeği ön test Mann Whitney U testi sonuçları

	Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Ön Test	Deney	30	31,18	935,5	369,5	0,418
	Kontrol	28	27,7	775,5		

Analiz sonuçlarına göre grupların Tutum Ölçeği ön test puanları ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık yoktur [$U = 369,5$, $p > 0,05$]. Bu durum uygulama öncesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin matematikçe karşı tutumlarında anlamlı bir fark olmadığını göstermektedir.

Shapiro-Wilks testinin sonuçlarına göre grupların son test puanları normal dağılım göstermektedir ($p > 0,05$). Bu nedenle deney ve kontrol grubunun MTÖ son testleri ortalamaları arasında fark olup olmadığını belirlemek için parametrik testlerden bağımsız t testi kullanılmıştır.

Tablo 7. Deney ve kontrol gruplarının Matematik Tutum Ölçeği son test bağımsız t testi sonuçları

	Grup	N	$\bar{X}$	s	S_d	t	p
Son Test	Deney	30	3,70	0,67	56	6,19	0,00
	Kontrol	28	2,65	0,6			

MTÖ deney ve kontrol grupları son test puanları ortalamaları arasında deney grubu lehine anlamlı bir farklılık görülmektedir [$t=6,19$, $p<0,05$]. Bu durum uygulama sonrasında deney grubu öğrencilerinin matematik dersine karşı tutumlarında olumlu yönde daha fazla gelişme olduğunu göstermektedir.

Kızılkaya ve Aşkar (2009) tarafından geliştirilen Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeğinden alınan sonuçlar bu kısımda analiz edilmiştir.

Tablo 8. Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Becerisi Ölçeği normallik testi sonuçları

	Grup	Alt Boyut	Test İstatistiği	S_d	P
Kontrol	Ön Test	Sorgulama	0,950	28	0,198
		Değerlendirme	0,935		0,082
		Nedenleme	0,966		0,472
	Son Test	Sorgulama	0,965	28	0,455
		Değerlendirme	0,974		0,686
		Nedenleme	0,976		0,735
Deney	Ön Test	Sorgulama	0,953	30	0,204
		Değerlendirme	0,976		0,725
		Nedenleme	0,954		0,213
	Son Test	Sorgulama	0,887	30	0,004
		Değerlendirme	0,964		0,397
		Nedenleme	0,963		0,361

Shapiro-Wilks testinin sonuçlarına göre grupların ön test puanları normal dağılım göstermektedir ($p>0,05$). Bu nedenle deney ve kontrol grubunun PÇYYDBÖ ön testleri ortalamaları arasında fark olup olmadığını belirlemek için bağımsız t testi kullanılmıştır.

Tablo 9. Deney ve kontrol gruplarının PÇYYDBÖ ön test bağımsız t testi sonuçları

	Alt Boyut	Grup	N	$\bar{X}$	s	t	S_d	p
Ön Test	Sorgulama	Deney	30	3,29	0,88	0,78	56	0,43
		Kontrol	28	3,11	0,81			
	Değerlendirme	Deney	30	3,31	0,89	-0,31	56	0,75
		Kontrol	28	3,37	0,67			
	Nedenleme	Deney	30	3,42	0,95	-0,21	56	0,83
		Kontrol	28	3,46	0,59			

Bağımsız t-testi sonuçlarına göre öğrencilerin deney ve kontrol grupları ön test puanları ortalamaları arasında anlamlı bir farklılık görülmemektedir ($p>0,05$). Bu durum uygulama öncesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinde anlamlı bir farklılık olmadığı göstermektedir.

Shapiro-Wilks testinin sonuçlarına göre deney grubunun son testinin sorgulama alt boyutu normal dağılım göstermemektedir ($p<0,05$). Bu nedenle deney ve kontrol grubunun PÇYYDBÖ son test puanları arasında fark olup olmadığını belirlemek için parametrik olmayan testlerden Mann Whitney-U testi kullanılmıştır.

Tablo 10. Deney ve kontrol gruplarının PÇYYDBÖ son test Mann Whitney U Testi sonuçları

	Alt Boyut	Grup	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Son Test	Sorgulama	Deney	30	33	990	315,0	0,084
		Kontrol	28	25,75	721		
	Değerlendirme	Deney	30	30,85	925,5	379,5	0,513
		Kontrol	28	28,05	785,5		
	Nedenleme	Deney	30	33,88	1016,5	288,5	0,039
		Kontrol	28	24,8	694,5		

Problem Çözmeye Yönelik Yansıtıcı Düşünme Ölçeği'nin son test puanları arasında nedenleme alt boyutunda anlamlı bir fark görülmüştür ($U=288,5$, $p=0,039$). Sorgulama ve değerlendirme alt boyutlarında ise anlamlı bir farklılık görülmemektedir ($p>0,05$). Buna göre argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinden nedenleme boyutunu geleneksel öğretime göre daha fazla geliştirdiği ve diğer boyutlarda argümantasyon temelli öğretimin geleneksel öğretime göre farklı bir etkiye sahip olmadığı söylenebilir.

4. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, argümantasyon temelli öğretim yönteminin öğrencilerin akademik başarılarına, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisini araştırmak amaçlanmıştır. Argümantasyon temelli öğretim yönteminin öğrencilerin akademik başarılarına etkisini incelemek amacıyla deney ve kontrol grubu öğrencilerine uygulanan ÜBT sonuçları incelendiğinde, deney ve kontrol gruplarının süreç sonunda başarılarının arttığı görülmüştür. Ancak son test sonuçlarına bakılarak deney grubunda başarının daha fazla arttığı söylenebilir. Buna göre argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin Üçgenler konusundaki başarısını geleneksel öğretime göre daha fazla artırdığı sonucuna ulaşılabilir. Bu sonuç, argümantasyon temelli öğretimin öğrencinin kendi fikirlerini inşa edip gerektiğinde fikirlerini yeni fikirlerle değiştirmesinin bir sonucu olarak görülebilir. Bu süreçte fikirler hazır alınan değil; öğrenci tarafından üretilen konumda olduklarından öğrenci başarısının arttığı düşünülmektedir.

Literatürde argümantasyon temelli öğretim yönteminin öğrencilerin fen alanında başarılarını olumlu etkilediği sonucunu elde eden çalışmalar mevcuttur (Akkaş & Memiş, 2020; Aksoy & Demirkaya, 2021; Aktaş & Doğan, 2018; Eroğlu & Yıldırım, 2020; Kara vd., 2020; Kristiani & Saragih, 2012; Uluay & Aydın, 2018; Yeşildağ Hasançebi & Günel, 2013; Zengin vd., 2011). Matematik alanında ise mevcut çalışmanın bulgularıyla örtüşen çalışmalar mevcuttur. Nitekim Cross (2009), mevcut çalışmanın bulgularıyla uyuşan çalışmada yalnızca argümantasyon temelli öğretim yönteminin kullanıldığı, argümantasyon temelli öğretim yöntemi ile yazma etkinliklerinin kullanıldığı ve geleneksel yöntemin kullanıldığı matematik derslerinde öğrencilerin başarılarını karşılaştırmıştır. Araştırma sonucunda en fazla başarıları artan öğrencilerin hem argümantasyon sürecine hem de yazma etkinliklerine katılan öğrenciler olduğu; başarı oranı en düşük olan öğrencilerin ise geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı öğrenciler olduğu görülmüştür ki bu sonuçlar mevcut çalışmanın verileriyle uyushmaktadır. Mevcut çalışmanın bulgularıyla uyuşan çalışmalarda, Küçük Demir (2014) ve Mercan (2015), argümantasyon temelli öğretim yönteminin, 9. sınıf öğrencilerinin Fonksiyonlar konusunda akademik başarılarının artmasında etkisinin olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Duran vd. (2017) çalışmalarında, mevcut çalışmanın bulgularını destekler nitelikte, argümantasyon temelli öğretim yönteminin, 8. sınıf öğrencilerinin Olasılık konusunda akademik başarılarının artmasında etkisinin olduğu bulgusunu elde etmişlerdir. Can ve İşleyen (2020) çalışmada, argümantasyon temelli öğretim yönteminin öğretmen adaylarının Olasılık konusunda akademik başarılarına olumlu etkisi olduğu sonucuna ulaşmışlardır ki bu sonuç mevcut çalışmanın sonuçlarıyla uyushmaktadır. İnam (2020), çalışmada, mevcut çalışmanın bulgularıyla uyushacak şekilde, argümantasyon temelli öğretim yönteminin, 6. sınıf öğrencilerinin Geometrik Cisimler ve Hacim Ölçme, Sıvılarda Ölçme konularında akademik başarılarına olumlu etkisi olduğu bulgusunu elde etmişlerdir. Benzer şekilde Korkmaz (2020), çalışmada argümantasyon temelli öğretim yönteminin öğretmen adaylarının Dönüşüm Geometrisi konusunda akademik başarılarına olumlu etkisi olduğu sonucuna ulaşmıştır ki bu sonuç mevcut çalışmanın bulgularıyla uyushmaktadır. Tüm bu bulgular argümantasyon temelli öğretim yönteminin farklı sınıf düzeylerinde ve farklı konu alanlarında öğrencilerin akademik başarısına olumlu etki ettiğini göstermektedir. Bu durumun argümantasyon temelli öğretimin gerekçe, destekleyici ve çürütücü gibi öğeler yoluyla kendi çözümlerini üretmelerini sağlayarak öğrencilerin daha derin ve kalıcı öğrenmesine katkı sağlaması ve kavramsal ilişkilerin kurulmasında rol oynamasıyla ilişkili olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca argümantasyon temelli öğretim, öğrenciyi pasif bilgi alıcısı konumundan çıkararak aktif bilgi yapılandırıcısı haline getirmektedir. Özellikle Üçgenler gibi ispat ve muhakeme gerektiren konularda öğrencilerin kendi argümanlarını oluşturarak bilgi düzeyinden öte, uygulama ve analiz düzeyinde çözümler sunabilmelerine olanak sağlanmasının akademik başarının artmasında etkili olabileceği düşünülmektedir.

Bu çalışmada uygulanan MTÖ' nün sonuçları incelendiğinde, argümantasyon temelli öğretimin, öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerinde geleneksel yöntemle göre daha etkili olduğu söylenebilir. Bu durumun sebebinin öğrencilerin sürece aktif katılmaları, yaparak yaşayarak öğrenmeleri ve arkadaşlarıyla gruplar halinde olumlu bağlilik duygusuyla hareket etmeleri olduğu düşünülmektedir. Nitekim bu sonuç Mercan'ın (2015) matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmede argümantasyon temelli öğretimin etkili olduğu sonucunu elde ettiği çalışması ile uyumludur. Ayrıca Aksoy ve Demirkaya (2021), Ateş (2019), Aydoğdu (2017), Balcı (2015), Öksüzer (2019), Uçar (2019) argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin fene karşı tutumlarına olumlu etki ettiği sonucuna ulaşmışlardır ki bu sonuçlar mevcut çalışmanın sonucu ile örtüşmektedir.

Literatürde mevcut çalışmanın bulgularıyla çelişen çalışmalar da mevcuttur. Özdemir (2022), argümantasyon temelli öğretim yaklaşımının ilkökul üçüncü sınıf öğrencilerinin matematiğe karşı tutumlarına anlamlı bir etkisi

olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Bu sonucun, mevcut çalışmanın sonuçlarıyla çelişmesinin nedeni olarak ise argümantasyon temelli öğretim sürecinde yapılan etkinliklerin ilkökul 3. sınıf öğrencilerine zaman alıcı, zor ve sıkıcı gelmesinden kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca yalnızca öğretim yönteminin farklılaştırılması tutum gibi duyuşsal beceriler üzerinde tek başına anlamlı düzeyde etki etmemiş olabilir. Bu çalışmada deney grubu öğrencilerinin matematiğe karşı tutumlarında görülen olumlu etkinin ise öğretim yönteminin farklılaşmasından öte öğrencilerin derste daha aktif olabilmeleri ve öğretmenleriyle daha fazla iletişim kurabilmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Yapılan çalışmada argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin sorgulama ve değerlendirme boyutlarına geleneksel yöntemle göre anlamlı bir etkisinin olmadığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin argümantasyon sürecinde sınıf tartışması sonunda, araştırmacı tarafından defalarca belirtilmesine rağmen, argümanlarını değiştiremediklerinin gözlenebilir kanıtı olmuştur. Bu duruma, öğrencilerin yıllardır alıştığı geleneksel yaklaşımlarda sorgulama ve değerlendirmeye yer olmadığı için öğrencilerin bu becerileri yeterince kullanamaması ve çalışma süresinin bu durumu değiştirmek için yeterli olmamasının sebep olduğu düşünülmektedir. Nedenleme alt boyutunu geliştirmede argümantasyonun geleneksel yöntemle göre daha etkili olduğu görülmüştür ki bu durum öğrencilerin ezbere dayalı öğrenmek yerine araştırıp sorgulamaya dayalı öğrenmesiyle ilişkilendirilmiştir. Bu durum Baydar'ın (2018) sonuçlarıyla örtüşmektedir. Baydar (2018) çalışmasında, FeTeMM ve argümantasyon temelli öğretim yoluyla "Elektrik Enerjisi" ünitesinin işlenmesinin 7. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine anlamlı bir etkisi olmadığı sonucuna ulaşmıştır.

Literatürde mevcut çalışmanın bulgularıyla çelişen çalışmalar da mevcuttur. Gülen (2016), çalışmasında mevcut çalışmanın aksine, argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerisini artırdığı sonucunu elde etmiştir. Güner (2023), çalışmasında argümantasyon temelli öğretim yaklaşımının 7. sınıf öğrencilerinin fizik dersinde problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerine olumlu etki ettiği sonucuna ulaşmıştır ki bu sonuç mevcut çalışmanın verileriyle çelişmektedir. Bu çalışmaların bulgularının mevcut çalışmanın sonuçlarıyla çelişmelerinde öğrencilerin ezbere dayalı olmayan- sorgulayıcı öğrenme ortamlarıyla karşılaşp karşılaşmamaları, öğrencilerin hazırbulunuşlukları, öğrenme ortamı ve araçlarının etkili olduğu düşünülmektedir.

Bu araştırmada argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin akademik başarılarına ve matematik dersine yönelik tutumlarına olumlu etki ettiği sonucuna ulaşılırken, problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine anlamlı bir etkisinin bulunmadığı bulgusu da elde edilmiştir. Bu durum çalışmanın sınırlılıkları kapsamında değerlendirilebilir. Tutum ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi gibi duyuşsal becerileri yalnızca nicel veriler kullanarak yorumlamak sonuçlar hakkında net bir bilgi vermeyebilir. Ayrıca bu becerilerin 12 haftalık bir sürede ölçülmüş olması da çalışmanın sınırlılıkları arasındadır.

5. Öneriler

Bu çalışmada argümantasyon temelli öğretimin akademik başarıya, matematik dersine yönelik tutuma ve problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine etkisi incelenmiştir. Yapılan çalışmanın sonuçları göz önüne alınarak, araştırmacılara ve uygulayıcılara öneriler sunulmuştur. Çalışmanın bulguları argümantasyon temelli öğretimin öğrencilerin akademik başarılarını ve matematiğe yönelik tutumlarını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Bu bağlamda, matematik derslerinde kavramsal öğrenmenin yoğun olduğu konularda argümantasyon temelli etkinliklere daha fazla yer verilmesi önerilmektedir.

Çalışmada argümantasyon temelli öğretimin problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerinin yalnızca nedenleme alt boyutunda anlamlı bir etkisi olduğu görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin neden-sonuç ilişkisi kurma süreçlerinde argümantasyon temelli öğretimin etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Bu nedenle sınıf içi tartışmalarda öğrencilerin yalnızca sonuca ulaşmayı hedeflemeleri yerine çözüm yollarını gerekçelendirerek savunmalarının teşvik edilmesi önerilmektedir. Sorgulama ve değerlendirme alt boyutlarında ise anlamlı farklılık elde edilememesi bu becerilerin daha uzun süreli bilişsel izleme gerektirmesi ve geleneksel öğrenme alışkanlıklarından kopmanın zaman almasıyla ilişkilendirilebilir. Gelecek çalışmalarda sorgulama ve değerlendirme becerisinin gelişimine imkân sağlayacak şekilde daha uzun süreli boylamsal çalışmalar yapılması önerilmektedir. Ayrıca öğrencilerin sorgulama ve değerlendirme becerilerinin gelişime nedenlerini tespit etmek adına nitel veya karma çalışmalar yapılabilir. Sorgulama ve değerlendirme alt boyutlarında anlamlı bir etkinin olmaması Üçgenler konusuna dair bir bulgu da olabileceğinden farklı sınıf düzeylerinde farklı konularda benzer çalışmalar planlanabilir. Öğrencilerin çözüm süreçlerini değerlendirmelerine yönelik öz değerlendirme, akran değerlendirmesi ve açık uçlu tartışma etkinliklerinin sürece dahil edilmesi önerilmektedir.

Bu çalışmada argümantasyon temelli öğretim araçları olarak çalışma kağıtları kullanılmış olup teknolojik araçların kullanıldığı bir çalışmanın öğrencileri motive etmek adına etkili olacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda Maarif Modeli doğrultusunda, özellikle Üçgenler gibi görselleştirmenin kritik olduğu konularda, dinamik

geometri yazılımları ile desteklenen argümantasyon süreçlerinin öğrencilerin bilişsel becerilerine etkisi incelenebilir.

Açıklama: Bu çalışma, Merve Öz'ün yüksek lisans tezinin verilerinin bir kısmından üretilmiştir. Ayrıca çalışma ICCME'de (2019) sözlü olarak sunulmuştur.

Etik Kurul İzin Bilgisi: Çalışmanın verileri 2020 yılından önce toplandığından etik kurul belgesi alınmamıştır.

Finansman: Bu çalışma için herhangi bir fon bildirilmemiştir.

Çıkar beyanı: Yazar herhangi bir çıkar çatışması beyan etmemektedir.

Kaynaklar / References

- Aberdein, A. (2009). Mathematics and argumentation. *Foundations of Science*, 14(1), 1–8. <https://doi.org/10.1007/s10699-008-9158-3>
- Akhdinirwanto, R. W., Agustini, R., & Jatmiko, B. (2020). Problem-based learning with argumentation as a hypothetical model to increase the critical thinking skills for junior high school students. *Jurnal Pendidikan IPA Indonesia*, 9(3), 340–350. <https://doi.org/10.15294/jpii.v9i3.19282>
- Akkaş, B. N. Ç., & Memiş, E. K. (2020). Argümantasyon uygulamalarının 5. sınıf öğrencilerinin madde ve değişim ünitesi başarılarına ve bireysel değişimlerine yansması. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 28(3), 1407–1417. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.4043>
- Aksoy, F., & Demirkaya, H. (2021). Sosyal bilgilerde argümantasyon tabanlı öğrenme sürecinin öğrenci başarı ve tutumlarına etkisi. *Uluslararası Sosyal ve Eğitim Bilimleri Dergisi*, 15, 40–54. <https://doi.org/10.20860/ijoses.943717>
- Aktaş, T., & Doğan, Ö. K. (2018). Argümana dayalı sorgulama öğretiminin 7. sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına ve argümantasyon seviyelerine etkisi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2), 778–798. <https://doi.org/10.17860/mersinefd.342569>
- Ateş, E. (2019). *Argümantasyon tabanlı öğretim yönteminin ilkökul öğrencilerinin akademik başarılarına, fene yönelik tutumlarına ve tartışma becerilerine etkisi* (Yayın No. 584593) [Yüksek lisans tezi, Bülent Ecevit Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Ayalon, M., & Hershkowitz, R. (2018). Mathematics teachers' attention to potential classroom situations of argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 49, 163–173. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.010>
- Aydoğdu, Z. (2017). *Argümantasyon tabanlı öğretimin öğrencilerin fene yönelik akademik başarı, motivasyon, ilgi ve tutumlarına etkisinin incelenmesi* (Yayın No. 462298) [Yüksek lisans tezi, Sakarya Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Balcı, C. (2015). 8. sınıf öğrencilerine “Hücre Bölünmesi ve Kalıtım” ünitesinin öğretilmesinde bilimsel argümantasyon temelli öğrenme sürecinin etkisi (Yayın No. 392478) [Yüksek lisans tezi, Adnan Menderes Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Baydar, Z. (2018). *Elektrik enerjisi ünitesinin FeTeMM ve argümantasyona dayalı işlenmesinin öğrencilerin yaratıcılık, tutum, beceri ve öğretim hakkındaki görüşlerine etkisi* (Yayın No. 544105) [Yüksek lisans tezi, Kocaeli Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Blair, J. A., & Johnson, R. H. (1987). The current state of informal logic. *Informal Logic*, 9(2), 147–151. <https://doi.org/10.22329/il.v9i2.2671>
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2014). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Can, Ö. S., & İşleyen, T. (2020). The effect of probability instruction through argumentation approach on the achievement of preservice teachers and the permanence of their knowledge. *African Educational Research Journal*, 8, 40–53. <https://doi.org/10.30918/AERJ.S83.20.072>
- Cho, K. L., & Jonassen, D. H. (2002). The effects of argumentation scaffolds on argumentation and problem solving. *Educational Technology Research and Development*, 50(3), 5–22. <https://doi.org/10.1007/BF02505022>
- Common Core State Standards for Mathematics [CCSSM]. (2010). *Mathematics standards*. <http://www.corestandards.org/about-the-standards/development-process/>
- Cross, D. I. (2009). Creating optimal mathematics learning environments: Combining argumentation and writing to enhance achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(5), 905–930. <https://doi.org/10.1007/s10763-008-9144-9>
- Çınar, G. (2016). *Öğretmen adaylarının düşünme stilleri ile yansıtıcı düşünme eğilimleri arasındaki ilişki* (Yayın No. 442980) [Yüksek lisans tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Dede, A. T. (2018). Matematik eğitimi alanındaki ortaklaşa argümantasyon çalışmalarının incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(3), 636–661. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.386722>

- Demiray, E. (2019). *An investigation of prospective middle school mathematics teachers' argumentation, proof, and geometric construction processes in the context of cognitive unity* (Yayın No. 568431) [Doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Demiray, E., Işıksal, M., & Saygı, E. (2023). Components of collective argumentation in geometric construction tasks. *Turkish Journal of Education*, 12(1), 50–71. <https://doi.org/10.19128/turje.1176981>
- Demirbağ, M., & Günel, M. (2014). Argümantasyon tabanlı fen eğitimi sürecine modsal betimleme entegrasyonunun akademik başarı, argüman kurma ve yazma becerilerine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(1), 373–392. <https://doi.org/10.12738/estp.2014.1.1632>
- Demirel, T., Somyürek, S., & Yılmaz, G. (2017). Ortaokul öğrencilerinin geometrik cisimler ve hacim ölçme konusuna yönelik yazılı argümantasyon becerilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(1), 191–211. <https://dergipark.org.tr/en/pub/kefad/issue/59268/851428>
- Dewey, J. (1910). *How we think*. D.C. Heath & Co.
- Doğruer, Ş. Ş., & Akyüz, D. (2022). Öğrencilerin silindirin hacmi konusunda geliştirdikleri matematiksel fikirler: Sınıf içi argümantasyon modeli. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 36–64. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.1063106>
- Doruk, M., Duran, M., & Kaplan, A. (2018). Argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin ortaokul öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıklarına ve olasılıksal muhakeme becerilerine etkisinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(1), 83–121. <https://doi.org/10.17522/balikesimf.437714>
- Duran, M., Doruk, M., & Kaplan, A. (2017). Argümantasyon tabanlı olasılık öğretiminin ortaokul öğrencilerinin başarılarına ve kaygılarına etkililiğinin incelenmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 13(1), 55–87. <https://dergipark.org.tr/en/pub/eku/issue/27642/291328>
- Eroğlu, E., & Yıldırım, H. İ. (2020). Argümantasyon tabanlı öğrenme yaklaşımının ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin çevreye yönelik tutum, davranış ve başarılarına etkisi. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(1), 42–68. <https://dergipark.org.tr/en/pub/gebd/issue/53429/647347>
- Ersoy, Y. (2006). İlköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler-I: Amaç, içerik ve kazanımlar. *İlköğretim Online*, 5(1), 30–44. <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/91060>
- Fettahlioğlu, P., & Aydoğdu, M. (2020). Developing environmentally responsible behaviours through the implementation of argumentation and problem-based learning models. *Research in Science Education*, 50(3), 987–1025. <https://doi.org/10.1007/s11165-018-9720-0>
- Fırat, S., Gürbüz, R., & Doğan, M. F. (2016). Öğrencilerin bilgisayar destekli argümantasyon ortamında olasılıksal tahminlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 24, 906–944. <https://dergipark.org.tr/en/pub/adyusbd/issue/37218/429583>
- Forman, E. A., Larreamendy-Joerns, J., Stein, M. K., & Brown, C. A. (1998). “You’re going to want to find out which and prove it”: Collective argumentation in a mathematics classroom. *Learning and Instruction*, 8(6), 527–548. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(98\)00033-4](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(98)00033-4)
- Furinghetti, F., & Morselli, F. (2009). Every unsuccessful problem solver is unsuccessful in his or her own way: Affective and cognitive factors in proving. *Educational Studies in Mathematics*, 70(1), 71–90. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9134-4>
- Gay Cassel, D. (2002). *Synergistic argumentation in a problem-centered learning environment* [Doktora tezi, Oklahoma University]. <https://5d1632667fca9cb12a87554204e085cad1a7e052.vetisonline.com/docview/305552175/2DDDC3463F7428BPQ/16?accountid=159111>
- Gillies, R. M., & Khan, A. (2009). Promoting reasoned argumentation, problem-solving and learning during small-group work. *Cambridge Journal of Education*, 39(1), 7–27. <https://doi.org/10.1080/03057640802701945>
- Gökçe, S., Yenmez, A. A., & Çelik, T. (2020). Argumentation-based learning: An example of mathematical questions through online interactions among prospective teachers. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 53, 458–487. <https://doi.org/10.21764/mauefd.527779>
- Göktepe Yıldız, S. (2019). *Tasarım temelli matematik uygulamalarının farklı öğrenme yaklaşımlarına sahip öğrencilerin uzamsal yeteneklerine ve 3 boyutlu geometrik düşünme becerilerine etkisinin incelenmesi* (Yayın No. 547539) [Doktora tezi, Marmara Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Güçlü, İ. (2020). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Gazi Kitabevi.
- Gülen, S. (2016). *Fen-teknoloji-mühendislik ve matematik disiplinlerine dayalı argümantasyon destekli fen öğrenme yaklaşımının öğrencilerin öğrenme ürünlerine etkisi* (Yayın No. 456621) [Doktora tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Gülen, S., & Yaman, S. (2019). The effect of integration of STEM disciplines into Toulmin’s argumentation model on students’ academic achievement, reflective thinking, and psychomotor skills. *Journal of Turkish Science Education*, 16(2), 216–230. <https://doi.org/10.12973/tused.10276a>

- Güner, Ö. (2023). *Argümantasyon tabanlı bilim öğrenme yaklaşımının öğrencilerin 21. yüzyıl yeterliliklerine, yansıtıcı düşünme becerilerine ve argümantasyon algılarına etkisinin incelenmesi* (Yayın No. 782119) [Yüksek lisans tezi, Giresun Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Güneş, S. (2013). *Matematik eğitiminde argümantasyon ve kanıt süreçlerinin analizi ve karşılaştırılması* (Yayın No. 363214) [Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- İnam, A. (2020). *Argümantasyon temelli matematik öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin akademik başarı, tartışma istekliliği, bilgi transferi ve matematiksel süreç becerilerine yönelik öz yeterliğine etkisi* (Yayın No. 657083) [Doktora tezi, Gazi Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kabaca, T. (2006). *Limit kavramının öğretiminde bilgisayar cebiri sistemlerinin etkisi* (Yayın No. 191125) [Doktora tezi, Gazi Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kara, S., Yılmaz, S., & Kingır, S. (2020). Argümantasyon tabanlı bilim öğrenme yaklaşımının ilkökul öğrencilerinin akademik başarılarına ve argümantasyon kalite düzeylerine etkisi. *Kastamonu Education Journal*, 28(3), 1253–1267. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.3785>
- Karakuş, M., & Yalçın, O. (2016). Fen eğitiminde argümantasyon temelli öğrenmenin akademik başarıya ve bilimsel süreç becerilerine etkisi: Bir meta-analiz çalışması. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 16(4), 1–20. <https://doi.org/10.18037/ausbd.415534>
- Kızılkaya, G., & Aşkar, P. (2009). Problem çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerisi ölçeğinin geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim*, 34(154), 82–92. <http://213.14.10.181/index.php/EB/article/view/550/44>
- Korkmaz, S. (2020). *Teknoloji destekli argümantasyon tabanlı öğretimin öğretmen adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgisi öz değerlendirmelerine ve kavramsal anlayışlarına etkisi* (Yayın No. 631888) [Doktora tezi, Kastamonu Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kristiani, S., & Saragih, A. (2012). The effect of quantum learning on the students' achievement in writing argumentation. *Genre Journal of Applied Linguistics of FBS Unimed*, 1(1). <https://doi.org/10.24114/genre.v1i1.363>
- Küçük Demir, B. (2014). *Argümantasyon tabanlı bilim öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematik başarılarına ve yaratıcı düşünme becerilerine etkisi* (Yayın No. 381624) [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Küçük Demir, B., & İşleyen, T. (2019). Argümantasyon tabanlı bilim öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematik başarılarına etkisi. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(1), 1084–1109. <https://dergipark.org.tr/en/pub/yyuefd/issue/50700/661156>
- Marchant, C. N. G., Park, H., Zhuang, Y., Foster, J., & Conner, A. (2021). Theory to practice: Prospective mathematics teachers' recontextualizing discourses surrounding collective argumentation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24, 1–29. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09502-7>
- Mercan, E. (2015). *Fonksiyonlar konusunun öğretiminde argümantasyon tabanlı öğrenme yaklaşımının etkisinin farklı değişkenler açısından incelenmesi* (Yayın No. 418246) [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. <https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=343>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Ortaöğretim matematik dersi (Hazırlık, 9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. <https://tymm.meb.gov.tr/>
- Öksüz, B. (2019). *"Kimya her yerde" ünitesinin argümantasyon yöntemiyle öğretiminin akademik başarı ve bazı değişkenler üzerine etkisinin incelenmesi* (Yayın No. 585964) [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Özdemir, K. (2022). *Argümantasyon tabanlı öğrenme yaklaşımıyla zenginleştirilmiş ilkökul matematik ders ortamlarından yansımalar: Bir eylem araştırması* (Yayın No. 751885) [Doktora tezi, Dumlupınar Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Rino, J., Bahr, D. L., Larsen, R. A., Sudweeks, R. R., Robinson, J., Everson, K., & Monroe, E. E. (2021). Examining the validity argument of a survey measuring elementary teachers' implementation of standards-based mathematics teaching: An argument-based approach. *Investigations in Mathematics Learning*, 13(2), 91–106. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/19477503.2020.1846967>
- Ro, K., & Arnesen, K. K. (2020). The opaque nature of generic examples: The structure of student teachers' arguments in multiplicative reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 58, 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100755>
- Rodríguez Nieto, C. A., Cervantes Barraza, J., Font, V., & Rodríguez Nieto, C. A. (2023). Exploring mathematical connections in the context of proof and mathematical argumentation: A new proposal of networking of theories. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(5), 1–20. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13157>
- Rosmiati, R., Liliarsari, L., Tjasyono, B., Ramalis, T. R., & Satriawan, M. (2020). Measuring level of reflective thinking of physics pre-service teachers using effective essay argumentation. *Reflective Practice*, 21(4), 565–586. <https://doi.org/10.1080/14623943.2020.1777957>

- Sarıer, Y. (2020). Aktif öğretim yöntemlerinin matematik başarısına etkisi: Bir meta-analiz çalışması. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 115–132. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2020.20.52925-526900>
- Schoenfeld, A. H. (1987). Pólya, problem solving, and education. *Mathematics Magazine*, 60(5), 283–291. <https://doi.org/10.1080/0025570X.1987.11977325>
- Sönmez, V., & Alacapınar, F. G. (2019). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri* (7. bs.). Anı Yayıncılık.
- Şengül, S., & Tavşan, S. (2019). 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel problemler bağlamındaki argümantasyon süreçlerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27(4), 1679–1693. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.3241>
- Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*. Cambridge University Press.
- Türk, G. E., & Kılıç, Z. (2020). The effect of argumentation-supported problem based learning on the achievements of science teacher candidates regarding the subjects of gases and acids-bases. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 9(2), 440–463. <https://dergipark.org.tr/en/pub/buefad/issue/53032/643630>
- Uçar, R. (2019). *Argümantasyonla zenginleştirilmiş STEM etkinliklerinin 7. sınıf öğrencilerinin “Güneş Sistemi ve Ötesi” ünitesindeki akademik başarılarına, astronomiye yönelik tutumlarına, eleştirel düşünme eğilimlerine ve STEM kariyer ilgilerine etkisi* (Yayın No. 568332) [Yüksek lisans tezi, Adnan Menderes Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Uluay, G., & Aydın, A. (2018). Yedinci sınıf öğrencilerine kuvvet ve hareket ünitesinin öğretilmesinde argümantasyon odaklı öğrenme sürecinin akademik başarıya etkisi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(3), 1779–1799. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018.18.39790-471189>
- Witkowski Rumsey, C. (2012). *Advancing fourth-grade students' understanding of arithmetic properties with instruction that promotes mathematical argumentation* [Doktora tezi, Illinois State University]. <https://5d1632667fca9cb12a87554204e085cad1a7e052.vetisonline.com/docview/1033806224/abstract/BAB2B511DB544967PQ/5?accountid=159111>
- Yeşildağ Hasançebi, F., & Günel, M. (2013). Argümantasyon tabanlı bilim öğrenme yaklaşımının dezavantajlı öğrencilerin fen bilgisi başarılarına etkisi. *İlköğretim Online*, 12(4), 1056–1073. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/90448>
- Zengin, F. K., Keçeci, G., & Kırılmazkaya, G. (2011). İlköğretim öğrencilerinin nükleer enerji sosyo-bilimsel konusunu online argümantasyon yöntemi ile öğrenmesi. *Education Sciences*, 7(2), 647–654. <https://doi.org/10.12738/estp.2014.1.16>
- Zorlu, E., & Ateş, S. (2024). Argümantasyon odaklı sosyal bilgiler öğretiminin öğrencilerin eleştirel düşünme ve informel muhakeme becerileri üzerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 1335–1366. <https://doi.org/10.17679/inuefd.1486243>